# PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 4 — 15. Februar 1933 — Redaktionsschluß für Nr. 6 am 1. März 1933. — 34. Jahrgang


INHALT:


**Originalmitteilungen:**

G. Schmerwitz, Untersuchungen über den geometrischen und physikalischen Zustand polierter Oberflächen. S. 145.

A. Gemant, Die Arbeitsweise des Glimmlautsprechers. S. 158.

W. Spielhagen, Der Einfluß der Steilheit des Spannungsanstiegs bei Wechselstrom auf die Zündspannungen von Edelgasen und Luft in Leuchtröhren. S. 164.

H. Fricke, Die Zündspannung von Leuchtröhren (Stickstoff) bei veränderlichem Elektrodenabstand. I. S. 168.

C. Leiß, Ein neues selbstregistrierendes Spektrometer. S. 172.

K. K. Mukherjee, Wellenstatistische Behandlung der α-Streuung. S. 175.

A. Sellerio, Über die Adhäsionskräfte, die beim Erstarren sich offenbaren. S. 180.

J. Zahradníček, Notiz zur empfindlichen Flamme nach Tyndall. S. 182.

**Besprechungen:**

E. Alberti, Braunsche Kathodenstrahlröhren und ihre Anwendung. S. 182.

A. Barneck, Die Grundlagen unserer Zeitrechnung. S. 183.

P. Bräuer, Ionentheorie. S. 183.

R. Orthner, Der Michelson-Versuch, seine Deutung und seine Konsequenzen. S. 183.

M. Lecat, L'Azéotropisme. S. 183.

J. v. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. S. 183.

A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien. I. S. 184.

B. L. van der Waerden, Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik. S. 184.

**Berichtigung.** S. 184.

**Personalien.** S. 184.


## ORIGINALMITTEILUNGEN.

### Untersuchungen über den geometrischen und physikalischen Zustand polierter Oberflächen.


Von Gerhard Schmerwitz.


#### 1. Einführung.

Die Messung der Krümmungsradien gut polierter Drähte mit Hilfe von Meßkörpern hat, wie in der Zeitschrift für Instrumentenkunde[1]) berichtet worden ist, gezeigt, daß lokale Schwankungen dieser Größe bis zu etwa 10 Proz. auftreten, obgleich der mit einer Mikrometerschraube direkt bestimmte Durchmesser auf 1 Promille konstant war. Zur Erklärung wurde darauf hingewiesen, daß innerhalb kleiner Winkelbereiche durch ganz geringfügige Schwankungen des Radiusvektors sehr große lokale Krümmungsänderungen verursacht werden können. Änderungen des Radius um den Betrag weniger Ångström-Einheiten waren durch die dort (S. 12) genauer beschriebene Krümmungsmeßmethode noch nachweisbar.

Die beiden Größen Radiusvektor (oder Fahrstrahl) und Krümmungsradius sind im folgenden streng zu unterscheiden. Ersterer ist die Verbindungslinie von einem festen Punkt, etwa dem Schwerpunkt der Figur, bis zur Oberfläche. Letzterer ist nur an der Oberfläche definiert. Bei einem mathematisch gedachten Kreis sind beide Größen gleich. Der Radiusvektor wird der Abkürzung wegen oft nur mit Radius bezeichnet werden und sein Gegenstück mit dem Zusatz Krümmungsradius.

Ohne zunächst auf spezielle Fragen einzugehen, soll hier ein Zusammenhang zwischen den erwähnten Größen: Radius $R$, Krümmungsschwankung $\Delta\varrho$, maximale, lineare Änderung des Radius $s$ und Winkelbereich $\alpha$ der Krümmungsstörung geometrisch erläutert und angenähert berechnet werden. Eine strengere Ableitung wird erst im letzten Abschnitt gegeben.

In der Fig. 1 sei $R$ der mittlere Radius eines praktisch kreisförmigen Querschnittes. Zwischen den Stellen $A$–$B$ in dem Winkelbereich $2\alpha$ sei eine Störung der Rundung vorhanden, die näherungsweise durch einen Kreisbogen $APB$ mit dem Krümmungsradius $\varrho$ und der maximalen Erhebung $s = PP'$ dargestellt werden soll. Gesucht wird die Größe der Störung $s$ bei kleinem, jedoch meßbarem $\alpha$ und $\Delta\varrho = R - \varrho$.

1) G. Schmerwitz, Messung von Schneiden-Krümmungsradien, Zeitschr. f. Instr. **52**, H. 1, S. 1 bis 14, 1932.

Aus dem Dreieck $O'A\,P'$ und $O\,A\,P$ erhält man

$$P'C = \varrho\,(1 - \cos\beta) = \varrho \cdot \frac{\beta^2}{2}$$

(für kleine Winkel),

$$PC = R\,(1 - \cos\alpha) = R \cdot \frac{\alpha^2}{2}$$

(für kleine Winkel).

Somit wird

$$2\,s = \varrho \cdot \beta^2 - R \cdot \alpha^2 .$$

Da

$$\varrho \cdot \sin\beta = R \cdot \sin\alpha$$

ist, wird für kleine Winkel:

$$\varrho \cdot \beta = R \cdot \alpha .$$

Also

$$\varrho \cdot \beta^2 = \frac{R^2 \cdot \alpha^2}{\varrho} .$$

Durch Entfernen von $\beta$ erhält man:

$$s = \frac{R \cdot \alpha^2}{2}\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right).$$

Dieselbe Formel ergibt sich, wenn die Änderung von $R$ positiv ist, also $\varrho - R > 0$.

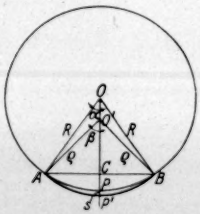



Fig. 1. Beziehung zwischen Krümmungs-($\varrho$) und Höhenschwankungen ($s$).

An einem, dem folgenden entnommenen, Beispiel ist $R$ ungefähr 1 m/m; $\alpha = 1$ Grad; $\Delta\varrho = 0{,}1$ m/m. Somit wird bei einer nachweisbaren Abnahme des Krümmungsradius um 10 Proz.:

$$s = \frac{R \cdot \alpha^2}{2}\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right) = 0{,}016\,\mu .$$

Bei einer Zunahme:

$$s = -0{,}014\,\mu.$$

Derartig kleine Strecken sind einer direkten Dickenmessung nicht mehr zugänglich.

Man könnte nun annehmen, daß solche Schwankungen des Radius von einigen Hundertstel Promille, die erst bei der Empfindlichkeit dieser Krümmungsmeßmethode zum Vorschein kommen, regellos über die Oberfläche verteilt sind. In der Feinmeßtechnik[1]) existiert jedoch seit einiger Zeit die Vermutung, daß bei Präzisionskugeln und Zylindern die Schwankungen mit einer gewissen Gesetzmäßigkeit auftreten, die durch die Art und Weise des Schleif- und Polierprozesses verursacht wird. Man nimmt auf Grund des Herstellungsverfahrens an, daß die Begrenzungskurve eines Kugel- oder Drahtquerschnittes im allgemeinen zu einer Gruppe von Kurven gehört, die die Mathematiker Kurven konstanter Breite nennen. In der Technik ist die Abkürzung: Gleichdick eingeführt worden. Der Kreis stellt unter diesen nur einen Spezialfall dar. Es ist anzunehmen, daß die Abweichungen des Querschnittes von der idealen Kreisform nur sehr gering sind, da ein direkter Nachweis bisher nicht gelungen ist.

Die Herstellung auch der besten polierten Kugeln und Zylinder geschieht im wesentlichen durch einem Schleif- und Rollprozeß zwischen zwei parallelen Flächen. Bei diesem Verfahren können alle derartigen Figuren entstehen, die bei einer beliebigen Verdrehung immer in eine parallele Flächenführung konstanten Abstandes hineinpassen. Über Eigenschaften, Form und Zahl solcher Körper und Kurven entnimmt man Genaueres den erst in letzter Zeit durchgeführten mathematischen Abhandlungen über dieses Problem. In der erst unlängst erschienenen Veröffentlichung von A. E. Mayer[2]) ist ein ausführlicher Literaturnachweis zusammengestellt. Eine elementare Einführung bringt ein Kapitel in dem Buch von Rademacher und Toeplitz[3]).

## 2. Einiges aus der Theorie der Kurven konstanter Breite.

Daß die obige Bedingung, bei beliebiger Stellung konstante Breite zu besitzen, nicht nur von einem Kreis erfüllt ist, wird meist an dem Reuleauxschen Kreisbogendreieck (Fig. 2a) gezeigt, das in jeder Lage in ein Quadrat der Kantenlänge $b$ hineinpaßt. Dieses Dreieck entsteht dadurch, daß um die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks Kreisbögen mit dem Radius $b$ geschlagen werden. Man kann sich an Hand der Fig. 2a leicht überlegen, daß in jeder Richtung der kleinste Abstand zweier Parallelen, die diese Figur gerade berühren, immer gleich $b$ sein muß. Diese Parallelen werden von den Mathematikern mit Stützgeraden und nicht mit Tangenten bezeichnet, damit auch Körper mit Ecken einbegriffen werden können.

1) G. Berndt, Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. Verlag Springer, 1929, S. 298.
2) A. E. Mayer, Zeitschr. d. VDI, **76**, Nr. 37, 884, 1932.
3) H. Rademacher u. O. Toeplitz, Von Zahlen und Figuren. Verlag Springer, 1930.

Die Zahl derartiger Figuren läßt sich beliebig erweitern. Z. B. dadurch, daß man von einem gleichseitigen 3-, 5-, 7-, . . . $n$-Eck ausgeht und in ähnlicher Weise Kreisbögen mit dem Radius $b$ schlägt. Jede dieser eckigen Figuren (Fig. 2b und 2c) läßt sich in eine solche ohne Ecken überführen, indem man die Seiten der Grundfigur um den Betrag $a$ verlängert und um die Eckpunkte $A$, $B$ und $C$ innerhalb der kurzbögigen Winkelbereiche einen Kreisbogen mit dem Radius $a$ und in den anderen einen solchen mit dem Radius $a + b$ schlägt. Es entsteht dann wieder ein Gleichdick: $(b + 2a)$.

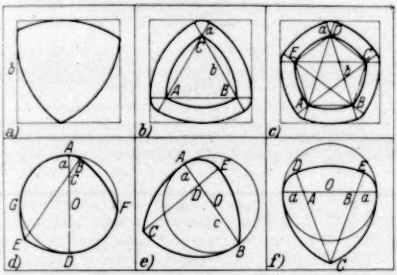



Fig. 2a–f. Verschiedene Formen von Gleichdicken.

Mit diesen symmetrischen Figuren ist die Zahl der möglichen Gleichdicke noch keineswegs erschöpft. Auch gänzlich unsymmetrische und unregelmäßige Formen lassen sich in beliebiger Menge konstruieren.

Folgendes Verfahren führt beispielsweise zu einem unregelmäßig geformten Gleichdick. Man geht aus von einem Kreis mit dem Durchmesser $b$ (Fig. 2d). An der Stelle $A$ wird der Kreisbogen in einen kleinen Bogen $AB$ mit dem Mittelpunkt $C$ und Radius $a$ abgeändert. Von $B$ aus soll nun der Körper zu einem geschlossenen Gleichdick ergänzt werden. Das $AB$ gegenüberliegende Kurvenstück muß ein Kreisbogen $DE$ sein mit dem Radius $CD = CE = b - a$. Die Fortführung ergibt sich, wenn um $E$ mit $EB = b$ ein Kreisbogen bis zum Schnitt $F$ mit dem ursprünglichen Kreis geschlagen wird und um $F$ ein solcher durch $E$ wieder bis zur Berührung mit dem ursprünglichen Kreis in $G$. Die Figur $ABFDEG$ ist das gesuchte unsymmetrische Gleichdick.

Zu einem Gleichdick mit nur 2 bzw. 1 Ecke kommt man in ähnlicher Weise. Man schlägt (Fig. 2e) an einer beliebigen Stelle $D$ eines Kreises mit dem Durchmesser $AB$ zwei Kreise mit dem Radius $DA = a$ und $DB = c$. Um $B$ wird bis zum Schnitt in $C$ ein Kreis mit dem Radius $AB = a + c$ gezogen und um $C$ mit demselben Radius von $B$ bis zur Berührung in $E$. Die Figur $AEBC$ ist wieder ein (nicht symmetrisches!) Gleichdick. Die Konstruktion eines Gleichdicks, das nur eine Ecke besitzt, geht aus der Fig. 2f ausreichend hervor.

Eine allgemeine mathematische Behandlung dieser Kurven läßt sich nicht in der üblichen analytischen Form durchführen. Man faßt diese Kurven konstanter Breite als Begrenzung einer Punktmenge $M$ auf (Fig. 3a). Über diese Punktmenge $M$ gelten, falls sie durch eine Kurve konstanter Breite begrenzt wird, u. a. folgende Sätze, die zum Teil auch für die Praxis von Bedeutung sind.

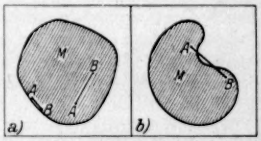



Fig. 3a u. b.

1. Die durch ein Gleichdick begrenzte Punktmenge $M$ muß ein konvexer Bereich sein, d. h. die Verbindungslinie zweier beliebiger Punkte dieser Menge darf nur innerhalb liegen. Eine Kurve, die (wie in Fig. 3b) ausgebaucht ist, kann niemals ein Gleichdick sein.
2. Gleichdickfiguren können symmetrische oder unregelmäßige Figuren mit oder ohne Ecken sein. Ebenso sind aber auch Figuren möglich, die an keiner Stelle eine Ecke besitzen oder ein Stück eines Kreises enthalten.
3. Die Ecken können nicht spitzer als 120° (wie bei dem Kreisbogendreieck) sein.
4. Die Verbindungslinie der Berührungspunkte zweier paralleler Stützgeraden eines Gleichdicks steht auf den Stützgeraden senkrecht.
5. Unter allen Gleichdicken gegebener Breite ist der Kreis das Gleichdick größten, das Kreisbogendreieck das geringsten Inhalts.
6. Der Umfang jedes Gleichdicks beliebiger Form von der Breite $b$ ist immer $\pi \cdot b$.
7. Die Summe der Krümmungsradien an den beiden gegenüberliegenden Berührungsstellen zweier paralleler Stützgeraden ist gleich der Breite $b$ des Gleichdicks.

7a. Ein Gleichdick endlicher Größe kann also niemals von einem Stück einer Geraden begrenzt sein.

8. Eine beliebige gesehlossene konvexe Kurve, bei der an jeder Stelle die an gegenüberliegenden Punkten gemessenen Krümmungsradien immer dieselbe Summe ergeben, ist ein Gleichdick.

Die folgenden Untersuchungen von Meßdrähten[1]) und Kugeln auf Gleichdickformen stützen sich auf den letztgenannten Satz 8. Prinzipiell besteht die Möglichkeit, solche Untersuchungen auch auf Grund des Satzes 5 durchzuführen. Jedoch würden bei sehr geringen Abweichungen die notwendigen spezifischen Gewichtsbestimmungen und die Inhomogenitäten des Materials in diesem Fall keine sicheren Schlüsse zulassen.

### 3. Apparatur, Methode und Bezeichnungen für die experimentelle Durchführung.

Die hier benutzte Krümmungsmeßmethode ist dieselbe, die in der zu Beginn erwähnten Arbeit S. 2–4 beschrieben worden ist. Ein Teil der Versuche wurde noch mit dem dort abgebildeten alten Meßapparat durchgeführt. Für die empfindlichsten Messungen konnte ein von der Firma Carl Zeiss neu gebauter Schneidenkrümmungsmeßapparat (Fig. 4) verwendet werden.

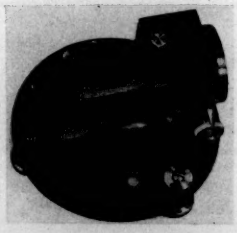


Fig. 4. Neukonstruktion des Krümmungsmeßapparates von C. Zeiss.

Das Meßverfahren beruht auch bei diesem Apparat auf dem bereits früher geschilderten Prinzip. Gegenüber der alten Ausführung ließen sich die Messungen mit diesem bequemer und erschütterungsfreier durchführen.

Für die hier zur Entscheidung gestellte Frage nach der Querschnittsform muß nach den vorangegangenen mathematischen Ausführungen (Satz 8) eine Drehung des Drahtes oder der Kugel um 180° bis auf 1 bis 2 Minuten genau vorgenommen werden. Hierzu wurde bei den Meßdrähten ein planparalleles Glasplättchen so befestigt, daß die Drahtachse zu den beiden Glasflächen parallel lag. Die Kugeln wurden zwischen zwei mit Hohlkörnern versehenen zylindrischen Stiften eingespannt, deren Durchmesser kleiner war als der der kleinsten zu messenden Kugel. Die Drehung in die um 180° symmetrische Stellung wurde hier ebenfalls mit Hilfe einer planparallelen Platte vorgenommen. Ein weiteres Eingehen auf die Meßanordnung erübrigt sich, da sie sich in keiner grundsätzlichen Art von der bereits früher ausführlich beschriebenen Schneidenkrümmungsmeßmethode unterscheidet.

Von den Meßdrähten wurden die drei im nächsten Abschnitt aufgeführten Beispiele mit den aus der ersten Arbeit stammenden Meßkörpern $8A$ und $10A$ auf Oberflächenkrümmungsschwankungen untersucht. Für die vierte Drahtmessung und für die Kugelmessungen wurden einige Körper mit größerem Schwerpunktsabstand hergestellt. Insgesamt kamen folgende Körper zur Verwendung.

Tabelle I.

| Meßkörper | Planfläche | Schwerpunktsabstand |
|---|---|---|
| $8A$ | Achat | 0,51 mm |
| $10A$ | Achat | 0,905 mm |
| 1. | Glas | 14,4 mm (± 0,1 mm) |
| 2. | Quarz | 9,75 mm (± 0,02 mm) |
| 3. | Quarz | 10,00 mm (± 0,02 mm) |

Als Planfläche der Meßkörper 2 und 3 wurde ein sehr gut poliertes Endmaß aus Quarz verwendet. Die Körper wurden in allen Fällen mit der Hand aufgesetzt, nachdem die Aufsatzstelle und Planfläche mit Alkohol, Äther, Leder oder Leinenlappen gereinigt und oberflächliche Staubteilchen bis auf ein Minimum entfernt worden waren. Das Gewicht der Meßkörper wurde dem Gewicht bzw. dem Meßdruck entsprechend gewählt, der auch sonst bei technischen Feinmessungen zur Anwendung kommt. Eine Variation des Gewichtes von 50 bis 150 g änderte bei Meßdrähten den Kurvenverlauf innerhalb der Meßschwankungen nicht. Von einer eingehenden Untersuchung des Zusammenhangs von Meßdruck und Oberflächenunregelmäßigkeiten insbesondere bei Kugeln werden noch weitere Aufschlüsse zu erwarten sein.

### 4. Meßdrähte.

Zwischen kleinen Drehwinkeln $\varphi_2$ des Meßkörpers, dem Krümmungsradius $\varrho$, dem Schwerpunktabstand $s$ und dem Drehwinkel der Unterlage $\varphi_1$ (Schneide, Draht oder Kugel) gilt die Beziehung

$$\varrho = s \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2} \,. \qquad (1)$$

Trägt man $\varphi_2$ als Funktion von $\varphi_1$ auf, so erhält man bei konstantem $\varrho$ eine Gerade, deren Gleichung

$$\varphi_2 = \frac{\varrho}{s + \varrho} \cdot \varphi_1$$

1) Meßdrähte sind die besten zylindrischen Körper, die sich praktisch herstellen lassen. Diese wurden von der Firma Carl Zeiss zur Verfügung gestellt.

lautet. Falls die Krümmung über einen größeren Bereich konstant ist oder wenn bei stark schwankender Krümmung nur Interesse für einen Mittelwert von $\varrho$ über größere Winkelbereiche besteht, wird man diese Art der Darstellung bevorzugen. Will man jedoch den Verlauf der

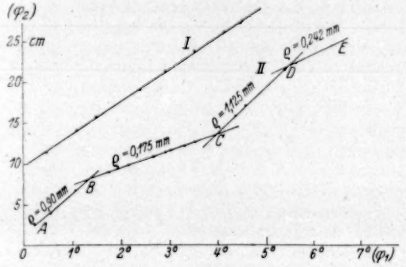



Fig. 5. Messung mit Körper 8 A. Abstand Spiegelskala: 233 cm. 2° Fig. 5 entsprechen etwa 3° Fig. 6.

Schwankungen von $\varrho$ über die Oberfläche genauer verfolgen, so muß man aus je zwei Meßpunkten $\varphi_2$ und den beiden zugehörigen Winkelablesungen $\varphi_1$ das in diesem Winkelbereich $\Delta\varphi$ herrschende $\varrho$ rechnerisch ermitteln und als Funktion der Koordinate des Berührungspunktes auftragen. Bei diesem Auswertungsverfahren, das insbesondere bei den späteren Kugelmessungen ausschließlich angewendet wurde, kommen die Feinheiten der Oberfläche besser zur Anschauung.

Die Auswertung der drei zunächst untersuchten Meßdrähte wurde noch nach dem ersten

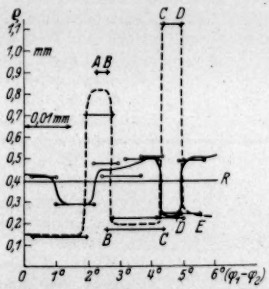



Fig. 6. Krümmungsradius $\varrho$ an der Oberfläche des Meßdrahtes I.

Verfahren vorgenommen. Fig. 5, Kurve I und II stellen zwei Extremfälle dar, die an zwei verschiedenen Drähten gefunden wurden. Nr. I ist eine Messung mit einer innerhalb des Bereiches vollkommen konstanten Krümmung, während Nr. II drei unstetige Krümmungsänderungen aufweist. Die vier verschiedenen Krümmungsradien wurden in Fig. 6 mit $(\varphi_1 - \varphi_2)$, der Polarkoordinate der Oberflächenmeßstelle als Abszisse eingetragen. Denn der Winkel $\varphi_1$ gibt nicht allein die Berührungsstelle des Körpers an, solange $\varrho$ und $s$ von gleicher Größenordnung sind! Die Kurvenstücke $AB$, $BC$, $CD$ und $DE$ sind so, wie aus der Figur ersichtlich ist, mit dem reduzierten Bereich in der Fig. 6 eingezeichnet.

Nach Abnahme, Säuberung und Wiederaufsetzen des Meßkörpers wurden meist ein wenig veränderte Krümmungswerte gefunden. Das ist teils darauf zurückzuführen, daß die 10 mm lange Berührungslinie zwischen Körper und Meßdraht in ihrer Längsrichtung bis auf maximal etwa 1 mm beim Neuaufsetzen versetzt sein konnte; teils darauf, daß sich die Lage auf der Oberfläche locker sitzender submikroskopisch kleiner Bestandteile (nicht nur Staub und Verunreinigungen! Siehe Abschnitt 7) durch das Säubern verändert hatte. Die Länge der polierten Oberfläche der Meßdrähte betrug 14 mm.

Der mittlere Verlauf der so gewonnenen Krümmungswerte an der Oberfläche auf der einen Seite des Meßdrahtes ist in Fig. 6 durch eine ausgezogene Kurve, der Verlauf auf der um 180° zur Drahtachse symmetrischen Stelle (wie immer im folgenden) durch einen gestrichelten Kurvenzug dargestellt. Das gleiche gilt von den Fig. 7 und 8, wo statt der Balken $AB$, $CD$, ...

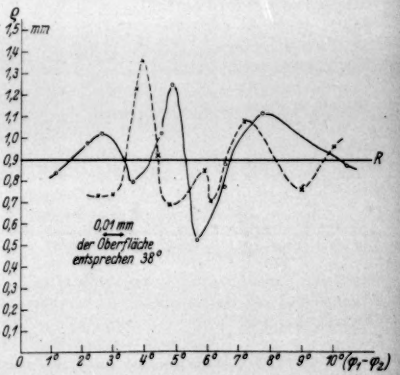



Fig. 7. Meßdraht II.

usw. nur ein einziger Meßpunkt eingetragen ist. Hierdurch werden die Unstetigkeiten zwar etwas geglättet, aber der Kurvencharakter bleibt im wesentlichen unverändert. Die parallel zur Abszisse gezogene Gerade $R$ zeigt den Wert des

direkt mit Mikrometer oder Optimeter gemessenen Radius (genauer der halben mittleren Breite des Querschnittes).

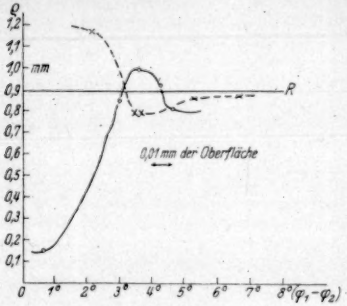



Fig. 8. Meßdraht III.

An den drei Meßreihen sieht man, daß die Bedingung, die in Satz 8 für das Vorhandensein einer Gleichdickform aufgestellt ist, den Charakter der Kurve stark beherrscht. Da, wo die Krümmung über den Wert $R$ herausgeht, geht sie an der axialsymmetrischen Stelle unter diesen herunter. Die Genauigkeit, mit der die Bedingung praktisch erfüllt wird, ist an diesen Kurven deutlich zu erkennen. Im idealen Fall müßten sich die negativen und positiven Überschüsse von $\varrho$ zu $R$ ergänzen. Das ist an manchen Stellen gut ausgeprägt, an einigen ist das nicht der Fall. Es können, wie im linken Teil der Fig. 6 und in der Mitte von Fig. 7, auch Verschiebungen der gegenseitigen Lage der Maxima und Minima auftreten.

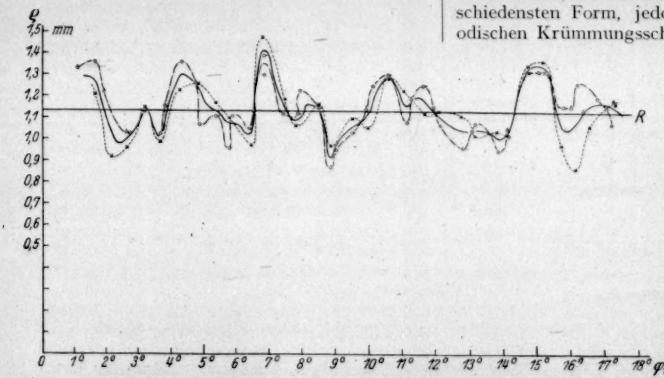



Fig. 9. Meßdraht IV. 1. Meßreihe: Punktierte Kurve. 2. Meßreihe: Gestrichelte Kurve. (Nach Abnahme, Säubern und Neuaufsetzen des Meßkörpers.) Stark ausgezogene Kurve: Mittelwert aus 1. und 2.

Eine den Messungen gerecht werdende Beurteilung kann man sich erst erlauben, wenn man die mathematische Reduktion der Krümmungswerte auf Höhenschwankungen (Abschn. 8) und die hieraus gewonnene mittlere Größenbestimmung in Fig. 20 durchgeführt hat. Demzufolge betragen die Oberflächen-Höhenschwankungen der drei Meßdrähte bis auf den linken Teil der Fig. 8 fast sämtlich nur wenige hundertstel $\mu$. Die Dickenschwankungen liegen infolge der vorherrschenden Gleichdickform noch um 50 Proz. und mehr unter diesem Betrag.

Die einfachen Formen der Gleichdicke, wie sie bisher als Musterbeispiele zur Diskussion in verschiedenen technischen Lehrbüchern herangezogen worden sind, ließen sich bei keiner der hier untersuchten Zylinder oder Kugeln feststellen. Über einen Bereich von mehr als 2° konstante Krümmungen wurden nirgends gefunden. Das ist vermutlich eine Folge der Korngröße der verwendeten Schleif- und Poliermittel.

In Fig. 9 konnte mit dem Meßkörper 2 wegen seines größeren Schwerpunktabstandes eine ganze Kurve in einem Zuge gemessen werden, ohne die Genauigkeit der einzelnen Meßpunkte einzuschränken. Zwischen der gestrichelten und punktierten Kurve ist der Meßkörper entfernt, gesäubert und wieder neu an der gleichen Stelle aufgesetzt worden. Diese Figur gibt somit ein Maß für die Reproduzierbarkeit der Oberflächenstörungen an Zylindern.

Erläuterungen zu den noch verbleibenden Schwankungen können erst in Abschnitt 7 gegeben werden.

Die Frage nach der Querschnittsform von Meßdrähten kann man zusammenfassend dahin beantworten, daß bei diesen Gleichdicke der verschiedensten Form, jedoch nur mit kurzperiodischen Krümmungsschwankungen auftreten, wobei etwa 25 Proz. der Oberfläche gestört sind. Die Störung äußert sich hauptsächlich in einer gegenseitigen Verschiebung der Krümmungsmaxima und -minima.

Das von A. E. Mayer (l. c.) angegebene Verfahren zur Unterscheidung von Kreis und Gleichdick durch die Differenz $w$ zwischen Pferchkreis und Füllkreis führt hiernach zu Werten $w$ von nur einigen hundertstel $\mu$.

### 5. Stahlkugeln.

Zur Untersuchung wurden zunächst gewöhnliche Fahrradstahlkugeln benutzt. Gemessen wurde mit dem Körper 1. Sämtliche Meßpunkte waren reproduzierbar, solange der Meßkörper zwischen den Meßreihen nicht entfernt wurde. Eine von den Stahlkugelmessungen (Fig. 10), bei der wegen ihrer starken Schwankung eine gute Ausbildung der Symmetrie der Maxima und Minima zu erwarten war, zeigte diese erst, wenn man die Kurven um 1,2° gegeneinander verschob. Da ein Versehen bei der Ablesung der um 180° symmetrischen Stelle auf Grund einer nachträglichen Prüfung nicht vorlag, ließ sich diese Tatsache nur so deuten, daß die beiden Schleif- oder Polierflächen, zwischen denen die Kugel bearbeitet worden ist, bis auf 1 bis 2° unparallel gewesen sein müssen. Man vergleiche die regelmäßige Aufeinanderfolge der 9 abwechselnden Maxima und Minima der ausgezogenen und der strich-punktierten Kurve. Jedes Maximum fällt mit einem Minimum in der um 180° symmetrischen (korrigierten) Stellung zusammen. Bei anderen Kugel- und Zylindermessungen kamen solche Verschiebungen um etwa 1 bis 2° jedoch meist nur stellenweise vor.

Man darf auf Grund dieser Tatsachen wohl annehmen, daß die Schleif- und Polierprozesse[1]) nicht immer genau die mathematische Voraussetzung des Rollens zwischen zwei vollkommen planparallelen Ebenen erfüllen. Die Polierflächen können entweder durch Abnutzung unebene Stellen erhalten. Oder das Polierverfahren besteht von vornherein in der Verwendung zylindermantelförmiger Polierflächen. Wenn man diese verschiedenen Möglichkeiten bedenkt, ist

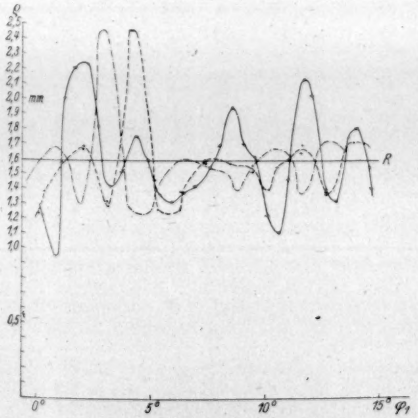



Fig. 10. Stahlkugel. Kurve I ausgezogen. Kurve II gestrichelt (um 180° gegen I gedreht). Die punktiert-gestrichelte Kurve ist gegen II um 1°16′ verschoben.

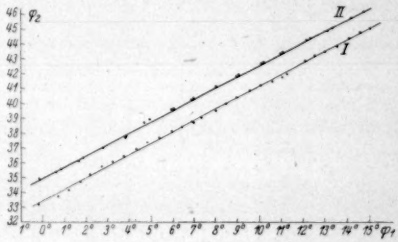



Fig. 11. Stahlkugel. Meßwerte direkt aufgetragen.

es verständlich, daß die gegenseitige Lage der Berührungspunkte bei der Bearbeitung nicht immer genau 180°, sondern auch einmal 181 oder 179° sein kann.

In Fig. 11 ist die oben erwähnte erste Art der Auswertung zum Zweck der Mittelwert-Bildung über die Gesamt-Meßstrecke wiedergegeben. Ein Vergleich der beiden Fig. 10 und 11 zeigt, wie gänzlich die Feinheiten und der Wert, der in den einzelnen Meßpunkten liegt, hier durch die erste Auswertungsart verloren gehen. Aus den beiden Geraden I und II wurden für die Stahlkugel die Mittelwerte $\varrho_I = 1{,}585$ mm und $\varrho_{II} = 1{,}548$ mm gewonnen. Der direkt mit einem Mikrometer gemessene Wert $R$ betrug 1,585 mm. Die Resultate entsprechen etwa der Genauigkeit, die aus der Schwerpunktsbestimmung zu erwarten ist.

Im allgemeinen traten die Gleichdickeigenschaften bei den übrigen, nicht wiedergegebenen Stahlkugelmessungen nicht mehr so gut in Erscheinung wie bei den Meßdrähten.

### 6. Polierte Glaskugeln.

Für die folgenden Untersuchungen wurden die Meßkörper 1 und 2 verwendet. Zur Verfügung standen Glaskugeln von der Firma Carl Zeiss. Die Hartglaskugel $R = 2{,}4751$ mm mit sehr guter Politur und Glaskugeln $R = 1{,}818$ mm mit bester Politur. In beiden Fällen waren die Durchmesser bis auf 0,1 $\mu$ unveränderlich angegeben. Eine Unterscheidung beider Polituren war mit den bisherigen Prüfmethoden nicht möglich. Fig. 12 und 13 zeigen die Meßergebnisse an diesen Oberflächen. Da die Abweichungen vom Normalradius $R$ in diesen und den folgenden Messungen 0,01 $\mu$ kaum überschreiten, infolge

[1]) Eine gute Übersicht über die technische und mechanische Seite dieses Fragenkomplexes gibt die Arbeit von L. von Reis, Probleme des Glaspolierens, Zeitschr. d. VDI. H. 8, 1932.

der besseren Politur dieser Kugeln gegenüber Meßdrähten und aus nachfolgenden noch zu erläuternden Gründen, sollen die Untersuchungen,

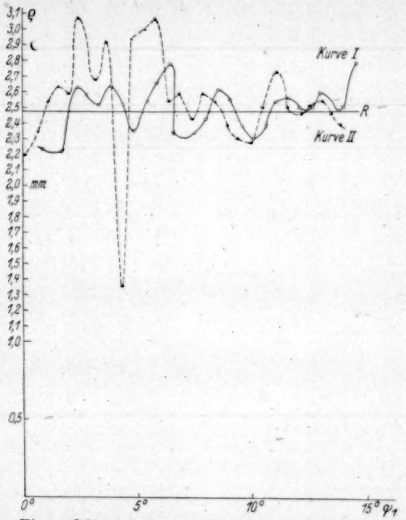



Fig. 12. Hartglaskugel. $R = 2{,}4751$ m m ($\pm$ 0,1 $\mu$).

wie weit hier noch Gleichdickformen vorliegen, in den Hintergrund gestellt werden.

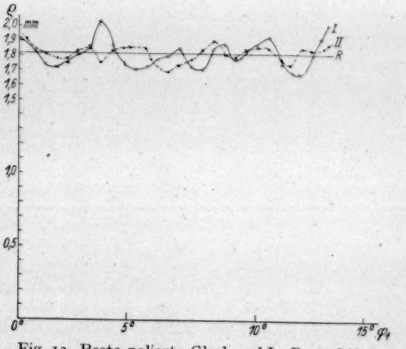



Fig. 13. Beste polierte Glaskugel I. $R = 1{,}818$ m/m ($\pm$ 0,1 $\mu$).

In Tab. II ist ein Beispiel des Schemas, nach dem die zweite Art des Auswertungsverfahrens in allen Fällen vorgenommen wurde, wiedergegeben. Sie enthält sämtliche Meßpunkte der ausgezogenen Kurve I der Fig. 13. Die Formel (1) S. 148 wurde zu diesem Zwecke in der Umformung:

$$\varrho = \frac{s}{\frac{\varphi_1}{\varphi_2} - 1}$$

benutzt. Der Schwerpunktsabstand $s$ war hier 14,4 mm.

Tabelle II.

Meßwerte von Kurve I. Glaskugel $\varnothing = 3{,}637$ mm. Beste Politur (zu Fig. 13).

| Ablesungen | | Differenzen | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi_2$ in cm | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ in mm | $\varphi_1$ in Min. | $\varphi_2$ in Min. | $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ | $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} - 1$ | $\varrho$ in mm |
| 31,97 | 109° 31′ | | | | | | |
| 32,98 | 110° 37′ | 10,1 | 66 | 7,7 | 8,55 | 7,55 | 1,91 |
| 33,90 | 111° 42′ | 9,2 | 65 | 7,0 | 9,3 | 8,3 | 1,74 |
| 34,81 | 112° 45′ | 9,1 | 63 | 6,95 | 9,1 | 8,1 | 1,78 |
| 35,81 | 113° 52′ | 10,0 | 67 | 7,6 | 8,8 | 7,8 | 1,85 |
| 36,70 | 114° 51′ | 8,9 | 59 | 6,8 | 8,7 | 7,7 | 1,87 |
| 37,66 | 116° 0′ | 9,6 | 69 | 7,3 | 9,45 | 8,45 | 1,71 |
| 38,45 | 116° 55′ | 9,5 | 64 | 7,25 | 8,83 | 7,73 | 1,86 |
| 39,40 | 117° 59′ | 8,4 | 60 | 6,4 | 9,4 | 8,4 | 1,71 |
| 40,24 | 118° 59′ | 9,7 | 64 | 7,4 | 8,65 | 7,65 | 1,88 |
| 41,21 | 120° 3′ | 8,7 | 59 | 6,65 | 8,88 | 7,88 | 1,83 |
| 42,08 | 121° 2′ | 11,0 | 71 | 8,4 | 8,45 | 7,45 | 1,93 |
| 43,18 | 122° 13′ | 7,4 | 54 | 5,65 | 9,55 | 8,55 | 1,69 |
| 43,92 | 123° 7′ | 8,6 | 59 | 6,6 | 8,95 | 7,95 | 1,81 |
| 44,78 | 124° 6′ | 5,0 | 31 | 3,8 | 8,15 | 7,15 | 2,02 |
| 45,28 | 124° 37′ | 11,6 | 75 | 8,85 | 8,50 | 7,50 | 1,92 |
| 44,12 | 123° 22′ | 6,0 | 44 | 4,6 | 9,6 | 8,6 | 1,68 |
| 43,52 | 122° 38′ | 9,3 | 64 | 7,1 | 9,0 | 8,0 | 1,80 |
| 42,59 | 121° 34′ | 9,7 | 64 | 7,4 | 8,65 | 7,65 | 1,88 |
| 41,62 | 120° 30′ | 7,9 | 55 | 6,05 | 9,1 | 8,1 | 1,78 |
| 40,83 | 119° 35′ | 9,5 | 64 | 7,25 | 8,8 | 7,8 | 1,85 |
| 39,88 | 118° 31′ | 9,1 | 65 | 5,95 | 9,35 | 8,35 | 1,73 |
| 38,97 | 117° 26′ | 8,9 | 61 | 6,8 | 9,0 | 8,0 | 1,80 |
| 38,08 | 116° 25′ | 8,0 | 57 | 6,1 | 9,35 | 8,35 | 1,73 |
| 37,28 | 115° 28′ | 10,0 | 71 | 7,6 | 9,3 | 8,3 | 1,74 |
| 36,28 | 114° 17′ | 9,7 | 60 | 7,4 | 8,1 | 7,1 | 2,03 |
| 35,31 | 113° 17′ | 8,8 | 60 | 6,7 | 8,95 | 7,95 | 1,81 |
| 34,43 | 112° 17′ | 8,5 | 61 | 6,5 | 9,4 | 8,4 | 1,72 |
| 33,58 | 111° 16′ | 9,8 | 67 | 7,5 | 8,95 | 7,95 | 1,82 |
| 32,60 | 110° 9′ | | | | | | |

Fig. 13 zeigt gegenüber Fig. 12 kleinere Oberflächenunregelmäßigkeiten, die wie bei allen übrigen Kurven um den direkt gemessenen Mittelwert $R$ vollkommen regellos schwanken. Darauf, daß hier immer noch Messungen in der um 180° gedrehten Stellung vorgenommen wurden, ist keine besondere Bedeutung zu legen. Einer Erklärung bedürfen jedoch die bisher übergangenen, gelegentlich besonders stark auftretenden Kurvenschwankungen wie in Fig. 12 (der linke Teil der gestrichelten Kurve), in Fig. 15 (rechts) und in einer weiteren Anzahl nicht veröffentlichter Fälle. An diesen starken Abweichungen über die durchschnittliche mittlere Schwankung fällt auf, daß sie fast immer mit einem großen Ausschlag nach oben in Richtung größerer Krümmungsradien beginnen, ein ausgeprägtes Minimum besitzen und wieder mit einem nahezu

gleichgroßen zweiten Maximum enden. Sie ließen sich im Verlauf der Untersuchungen als sehr große oberflächliche Unsauberkeiten identifizieren. „Sehr groß" heißt freilich nur im Vergleich mit den durchschnittlichen Politurschwankungen.

Aus der schematischen Fig. 14, in der die Anfangs-, Mittel- und Endlage der Meßkörperplanfläche mit I, II und III angegeben ist, findet man eine Abschätzung der Größe der Störungsteilchen zu:

$$x = R \cdot \frac{\alpha^2}{2}.$$

Für die Störung in Fig. 12 und 15 erhält man hieraus etwa den Wert $x = 2\,\mu$. Daß das Minimum der Krümmung in der Stellung II bis auf den Wert $2\,\mu$ selbst herabgeht, kann von den

Fig. 14. Abschätzung der groben Störungen.

Messungen nicht verlangt werden, da die Krümmungen immer nur als Differenzenquotienten der Tangenten von 1 zu 1° ermittelt werden und vielleicht auch eine Verformung des Teilchens stattfinden kann.

Bei der Erörterung der Möglichkeit einer Verformung ist zu beachten, daß bei so kleinen Dimensionen, ähnlich wie bei sehr dünnen Drähten, die Festigkeit wesentlich höhere Werte als normalerweise erreichen wird. Wenn man die von Reinkober experimentell ermittelten Daten und den empirisch gefundenen funktionalen Zusammenhang überträgt, so würden Teilchen von 1 bis $2\,\mu$ Größe eine 10mal größere, solche von $0{,}01\,\mu$ Durchmesser — falls die Extrapolation der Formel[1]) überhaupt gestattet ist — eine etwa 1000fach größere Festigkeit besitzen. In den Erörterungen der Versuchsergebnisse des folgenden Abschnittes sind solche erhöhte Festigkeitseigenschaften kleiner Partikel eine fast notwendige Voraussetzung. Denn bei normalen Festigkeiten würde man annehmen müssen, daß bei den hohen Drucken, die auf so kleinen Teilchen gelegentlich lasten, diese eingeebnet oder eingedrückt werden müßten.

Nach den Ergebnissen dieser Untersuchung scheint es einen stetigen Übergang zwischen diesen Oberflächenteilchen, die als Fremdkörper und somit als die wirklichen Verunreinigungen anzusehen sind, und den mittleren gleichförmigen Schwankungen der Oberfläche kaum zu geben. Die letzteren bilden, wie im folgenden Abschnitt ausgeführt wird, einen gewissermaßen zur Körperoberfläche gehörigen Bestandteil. Man darf die Größenbestimmung jener großen Teilchen wohl nur auf die eben skizzierte Art ausführen. Demgegenüber sind die aus den mittleren gleichförmigen Krümmungsschwankungen abzuleitenden Höhenschwankungen, wie sie ungestört in Fig. 13 auftreten, nach dem Vorbild in Abschnitt 8 durchzuführen.

Die zweite an Kugeln und Zylindern bisher offengelassene Frage, wie weit die Oberflächenmessungen reproduzierbar sind, beantworten die in Fig. 15 sowie 9 wiedergegebenen Meßkurven.

Im Gegensatz zu den Drähten (Fig. 9) sind die Kugelmessungen nach Abnahme des Meßkörpers, Säuberung und Wiederaufsetzen (eine Wiedergabe der Kurven verbot die Raumbeschränkung) in den Einzelheiten[1]) nicht reproduzierbar. Hieraus ist zu schließen, daß die Schwankungen bei den Drähten mit sehr großem prozentischen Anteil auf fest mit dem Körper verbundene Unregelmäßigkeiten zurückzuführen sind. Der mittlere Schwankungsbetrag ist kaum größer als bei Kugeln. Er ist jedoch viel weniger veränderlich, z. T. deswegen, weil hier ein Mittelwert der etwa 10 mm langen zylindrischen Oberfläche gemessen wird.

Die nach der Hertzschen Theorie berechnete Druckfläche ist bei gleicher Belastung (50 g) und gleicher Krümmung $\varrho = 1$ mm für Kugel bzw. Draht $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ qmm bzw. $3{,}5 \cdot 10^{-2}$ qmm. Die Auflagebreite in der Meßrichtung beträgt bei der Kugel ungefähr $45\,\mu$, bei einem Draht $3{,}5\,\mu$.

Man muß auf Grund der hier angestellten Untersuchungen annehmen, daß an der Oberfläche eines festen Körpers nicht innerhalb des Längenbereiches einer Molekeldimension ein plötzlicher Übergang in den angrenzenden Gasraum stattfindet. Es existiert fast immer eine Zwischenstufe, etwa von der Dicke einiger tausendstel bis hundertstel $\mu$, die gewissermaßen auch ihrem physikalischen Verhalten nach eine Zwischenstufe zwischen festem Körper und gasförmigem einnimmt. Dieser gehören Teilchen von kolloidaler Größe an, die teils von dem Poliermittel, teils von den durch den Polierprozeß aus der Oberfläche herausgerissenen Partikeln des Körpermaterials stammen werden. Es ist kaum anders zu erwarten, daß derartig winzige Gebilde durch Abnehmen, Säubern und Wiederaufsetzen

1) O. Reinkober, Physik. Zeitschr. **32**, 249, 1931.

1) Der Mittelwert der Schwankungen ist immer reproduzierbar.

der Meßkörper, wie die Kurven zeigen, ihre Lage verändern oder auch ganz entfernt werden. Der Anteil direkt aus der Atmosphäre auf die Oberfläche gelangender Teilchen spielt auf Grund dieser Messungen anscheinend keine irgendwie nachweisbare Rolle[1]).

### 7. Brownsche Bewegung an der Oberfläche polierter Körper.

Ohne den Meßkörper irgendwie zu berühren oder seine Lage zu verändern, wurden in Zwischenräumen von 1 Stunde 4 Versuchsreihen ausgeführt. Jede einzelne von den Meßreihen (Fig. 15)

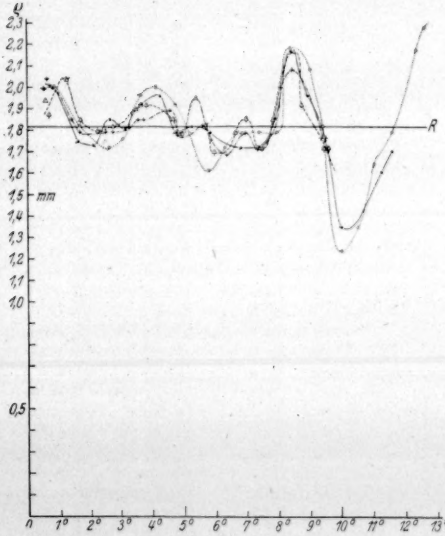



Fig. 15. Glaskugel II. Zeitliche Änderung der Oberfläche.

war im Verlauf der etwa 10 Minuten dauernden Meßzeit in sich vollkommen reproduzierbar, wie das bei allen Kurven, die bisher gemessen wurden, der Fall war. Nach Verlauf von je 1 Stunde wurden Veränderungen der Kurvenlage festgestellt, die über die gesamte Meßstrecke nahezu gleich große mittlere Beträge aufwiesen und vollkommen regellos ausfielen. Die Mittellage der 4 Kurven hat sich selbst innerhalb von 10 Tagen nicht verändert. Die aus der mittleren Krümmungsvariation sich ergebende mittlere maximale Höhenschwankung der Oberfläche läßt sich nach der Berechnung in Fig. 20 etwa auf $3 \cdot 10^{-3}\,\mu$ abschätzen.

Gegenüber den Partikeln der Brownschen Bewegung in Luft und in Flüssigkeiten, die bei einem Teilchendurchmesser von ungefähr $4\,\mu$ an beginnt, sind die hier in Bewegung befindlichen Lineargrößen rund 1000mal kleiner. Die Angabe der Höhenschwankung auf Grund der Krümmungskurve von $3 \cdot 10^{-3}\,\mu$ ist nicht ganz eindeutig zuzuordnen, denn sie kann zum Teil auch durch eine Ortsverschiebung größerer Teilchen als $3 \cdot 10^{-3}\,\mu$ verursacht sein. Daß in der Reduktion der Krümmungsschwankungen gewisse Schwierigkeiten liegen, die sich im Verlauf der Untersuchungen nicht immer ohne hypothesenfreie Deutungen umgehen lassen, soll im Anschluß an den eben erörterten Fall hier ausdrücklich festgestellt werden.

Die besten polierten Kugeloberflächen haben sich innerhalb kleiner Bezirke der Größenordnung etwa $^1/_{100}$ qmm noch als sehr gebirgig herausgestellt. Die Vermutung war naheliegend, daß z. B. Glasoberflächen, die aus der Schmelze erstarrt waren, innerhalb der kleinen Gesamtmeßstrecke ebenso gleichmäßige und glatte Formen haben könnten, wie sie Flüssigkeiten besitzen — oder wie sie jedenfalls für solche angenommen werden. Aus diesem Grunde wurden Krümmungsmessungen auch an geschmolzenen, nicht polierten Glasoberflächen angestellt. Wiedergegeben sind in Fig. 16 und 17 die Versuche an einem Glasrohr, in Fig. 18 die an einer Glaskugel. Das Glasrohr hatte etwa die Form eines langgestreckten Ellipsoids, bei dem der kleinere Querschnitt auch sehr stark elliptisch war. Die Glaskugelform war durch Aufblasen eines Glasröhrchens hergestellt worden. Ihr Querschnitt senkrecht zur Glasrohrachse war nur sehr schwach elliptisch.

Etwa die Hälfte aller Meßstrecken an diesen Oberflächen zeigte Schwankungen, die sich von denen bei den besten polierten Kugeln bis auf etwas kleinere Amplituden in keiner Weise unterschieden. Der übrige Anteil der untersuchten Stellen wies jedoch ein ungefähr den Erwartungen entsprechendes Verhalten auf. Innerhalb dieser Meßbereiche wurde bei einer Ablesegenauigkeit der Einzelpunkte von 1 bis 2 Proz. ein konstanter Radius festgestellt. Damit war die Vermutung bestätigt, daß so hergestellte Glaskörper einen Oberflächenzustand besaßen, den selbst die besten polierten Kugeloberflächen nicht aufweisen konnten.

1) Von Untersuchungen anderer Autoren auf diesem Gebiet sind wohl nur die Veröffentlichungen von F. Jentzsch, Physik. Zeitschr. **30**, 272, 1929 erwähnenswert. Hier wurde auf optischem Wege für die „Rauhigkeit" $h$ polierter Spiegelflächen $h \leqq 18$ ÅE. gefunden.

Mit diesem Ergebnis wird zugleich die bisher offengebliebene Frage beantwortet, wie genau eigentlich die hier benutzten Planflächen sind. Würden diese zu den Rauhigkeiten sämtlicher früheren Messungen einen Beitrag geliefert haben, so hätte bei den letzten Untersuchungen eine Krümmungskonstanz überhaupt nicht auftreten dürfen. Die Planflächen besitzen demzufolge eine nachweisbar bessere Oberflächenpolitur als Kugel- oder Zylinderflächen. Innerhalb der hier erzielten Meßgenauigkeit läßt diese sich von der Ebenmäßigkeit idealer Flüssigkeitsoberflächen nicht unterscheiden.

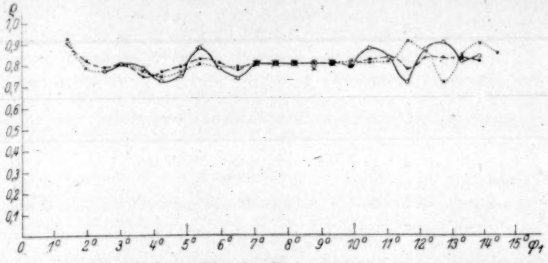



Fig. 16. Geschmolzene Glasoberfläche (ellipt.). Ohne Abnahme des Körpers gemessen. Durchgezogene Kurve: 26. 10. $17^h$; gestrichelte Kurve: 27. 10. $9^h$; punktierte Kurve: 27. 10. $11^h$.

Zwischen den verschiedenen Meßreihen, zwischen denen die Meßkörper und die Glaskugelflächen mit Alkohol, Leinwand oder Lederlappen gereinigt wurden, veränderte sich zwar die Lage des Bereiches der Konstanz, aber niemals der absolute Betrag der Krümmung. Wenn über eine längere Strecke ein konstanter Wert auftrat, so tat er das nur an dem Wert der als Ordinate aufgetragenen Krümmung, der mit dem Radius (siehe insbesondere Fig. 18) übereinstimmte. Wegen der stark elliptischen Form konnte dieser für das Glasrohr nicht eingetragen werden.

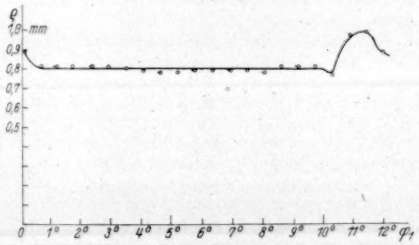



Fig. 17. Geschmolzene Glasoberfläche (ellipt.). Nach Säubern an derselben Stelle wie Fig. 16 gemessen.

Fig. 16 zeigt drei verschiedene Messungen, zwischen denen der Meßkörper unverändert auf dem Glasellipsoid liegengeblieben war. Innerhalb eines Bereiches von 3° stellte sich die Glasoberfläche als vollkommen eben heraus und in dem Zeitraum der drei Messungen von einem Tag ohne eine Bewegung an der Oberfläche. Demgegenüber führten die an den Seiten auftretenden Partikelstörungen im Laufe dieser Zeit sehr große Bewegungen aus mit Höhenschwankungen zwischen $\pm 3 \cdot 10^{-3}\,\mu$. Der Umstand, daß gerade die glatten Stellen in größeren Zeiträumen so gut wie unverändert bleiben, während die Störungsstellen eine ganz ausgeprägte Bewegung aufweisen, gibt für die schon bei den polierten Glaskugel-Messungen aufgestellte Vermutung, daß nur die Brownsche Bewegung die Ursache hierfür sein kann, eine weitere Stütze. Aus der Tatsache, daß an den konstanten und reinen Oberflächenstellen keine Schwankungen auftreten, kann man allgemein elastische und thermische lokale Spannungsänderungen als Ursachen ausschließen.

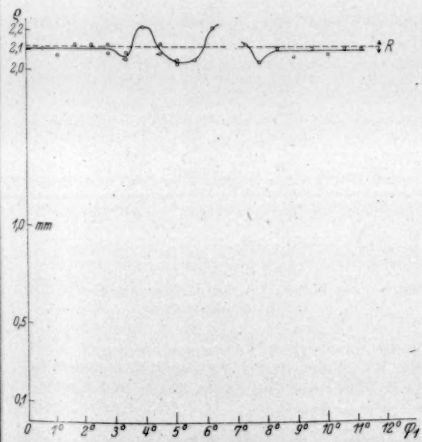



Fig. 18. Geschmolzene Glaskugel II. Zwischen beiden Meßreihen gesäubert. Direkt gemessener Radius $R = 2{,}12$ mm ($\pm$ 0,03 mm ellipt.).

Zwischen Fig. 16 und Fig. 17 ist die Oberfläche gesäubert worden. Nach Wiederaufsetzen des Körpers an angenähert (bis auf wenige Zehntel Grad) derselben Stelle trat die Konstanz von $\varrho$ an demselben Ordinatenwert auf. Zwei weitere Messungen zeigten dasselbe Ergebnis: Gleiche über größeren Bereich konstante

Ordinate bei dem Wert $\varrho = 0{,}8$ mm, jedoch sowohl der Länge wie dem Ort nach veränderliche Abszissenwerte. Bei den Meßreihen an der Kugel (Fig. 18) wurde in 2 von 7 Fällen keine Konstanz gefunden. Wenn diese, wie in Fig. 18 auftrat, geschah das immer an der gleichen Ordinatenstelle, die mit dem direkt mit der Schraubenlehre ermittelten Radius (hier $R = 2{,}12$ mm) innerhalb der Meßschwankungen übereinstimmte. Den zuvor erwähnten 4 Meßreihen an dem ellipsoidischen Glasröhrchen waren 3 ohne konstante Anteile vorausgegangen.

Mit diesen Messungen ist der Nachweis geführt, daß in Bezirken von $^1/_{100}$ bis $^1/_{1000}$ qmm geschmolzenes nicht bearbeitetes Glas und gut polierte Planflächen eine bis auf etwa $\pm 3$ ÅE gleichmäßige Oberfläche besitzen. Wahrscheinlich und prinzipiell könnten sich bei Verkleinerung des Meßbezirkes insbesondere bei den Planflächen noch gewisse kleine Schwankungen herausstellen, die infolge ihrer kurzen Periode dem Nachweis durch die hier angewendete Methode entgehen. Wenn diese freilich sehr hypothetischen und sehr unwahrscheinlichen kleinen Schwankungen bei einer Kugel eine Periode etwa von $^1/_{10}$ $\mu$ abwärts besäßen, würden diese sich bei mittleren Amplituden von etwa einigen hundertstel $\mu$ und darunter, wie man sich leicht überlegen kann, auch hier nicht nachweisen lassen. Bei den aus der Glasschmelze erstarrten Oberflächen werden derartige kurzwellige Gebilde wohl ebensowenig existieren wie im flüssigen Zustand. Falls man diese Bedenken ausschaltet, ist mit den Messungen die Anschauung bestätigt, daß bei so hergestellten Glasoberflächen jedes Molekül der Oberfläche in einem gewissen Bereich ausnahmslos einem und demselben Kugel- oder Ellipsoidmantel angehört.

In diesem Zusammenhang soll hier noch die Beobachtung erwähnt werden, daß das Aufsetzen der Meßkörper um so schwieriger gelang, je glatter sich die Oberfläche nach diesen Messungen herausstellte. Der gegen die Horizontale gemessene Gleitwinkel, bei dem der Meßkörper abrutschte, war bei den nicht bearbeiteten Glasoberflächen kleiner als bei den polierten Glaskugeln und bei diesen wiederum kleiner als bei den Stahlkugeln.

Die aus der Schmelze hergestellten Glasoberflächen waren nur einmal verblasen worden. Ein ellipsoidischer Glaskörper, der vom Glasbläser etwa 10mal verblasen und verschmolzen war, zeigte starke Oberflächenstörungen von der Größenordnung der bei Stahlkugeln gemessenen.

Ein Versuch, die Brownsche Bewegung an der Oberfläche mit Hilfe des Ultramikroskops festzustellen, führte zu keinem sichtbaren Erfolg. Da die Bewegungen von Teilchen mit Durchmessern von 0,01 $\mu$ abwärts ausgeführt werden und die äußerste Grenze ultramikroskopischer Sichtbarkeit nur bis zu Durchmessern von 0,01 $\mu$ herabreicht[1]), ist ein positiver Ausfall dieser Versuche nicht zu erwarten.

Eine theoretische Untersuchung der Eigenschaften einer solchen zweidimensionalen Zwischenschicht von etwa $10^{-2}$ $\mu$ Dicke unter Berücksichtigung eines Reibungskoeffizienten fester Körper ist wohl noch nicht durchgeführt worden. Während über die innere Reibung bei Gasen und Flüssigkeiten und somit über deren Reibungskoeffizienten auf atomistischer Grundlage sehr konkrete und experimentell gut bestätigte Vorstellungen bestehen, bleibt die klärende theoretische Durcharbeitung der vorliegenden Resultate noch eine Angelegenheit der Zukunft. Es wäre sehr erwünscht, wenn in Verbindung hiermit die vorliegenden mehr qualitativen Belege durch quantitative Zahlenmessungen bekräftigt werden könnten.

Man wird sich die Verhältnisse an der Oberfläche mit Hilfe eines Analogiebeispiels am besten so vorstellen wie bei einer mit Sand bestreuten festen z. B. steinigen Unterlage, bei der durch einen Regen, in dem die einzelnen Tropfen die Gasmoleküle darstellen, zwar die einzelnen Sandkörner bewegt werden, aber trotzdem über die Grenzen eines gewissen sehr kleinen Bezirkes im Mittel nicht hinauskommen.

## 8. Formulierung des mathematischen Problems.

Gegeben ist (Fig. 19) eine nahezu kreisförmige, eine Körperoberfläche abgrenzende Kurve $C$ mit gewissen sehr kleinen Schwankungen $s$. $S$ sei der Schwerpunkt der Fläche. Von

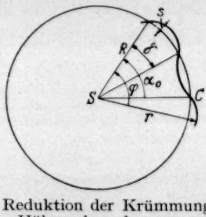



Fig. 19. Zur Reduktion der Krümmungswerte auf Höhenschwankungen.

diesem aus wird ein Fahrstrahl $r$ gezogen. $R$ sei der Mittelwert dieser Fahrstrahlen. Dann ist jeder Punkt der Oberfläche durch Polarkoordinaten $r$, $\varphi$ festgelegt.

$$r = R + s\,.$$

1) R. Fürth, Disperse Systeme und Brownsche Bewegung, Hdb. d. Mech. 7, 201.

Da $s \ll R$ und $r' = \frac{dr}{d\varphi}$, ist:

$$r'' = s'' \qquad \text{(I)}$$

und

$$r^2 = R^2 + 2Rs\,. \qquad \text{(II)}$$

Die Krümmung der Oberfläche in Polarkoordinaten ist

$$K = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{(r^2 + r'^2)^{3/2}}\,.$$

da $r'^2 \ll r^2$, folgt:

$$r'' = r - K \cdot r^2\,.$$

Auf Grund von I und II wird

$$\begin{aligned} s'' &= R + s - KR^2 - 2R \cdot s \cdot K\,, \\ &= R - K \cdot R^2 + s\,(1 - 2R \cdot K)\,, \\ &= R\,(1 - K \cdot R) + s\,(1 - 2K \cdot R)\,, \end{aligned}$$

falls

$$K = \frac{1}{\varrho}\,,$$

$$s'' = R\left(1 - \frac{R}{\varrho}\right) + s\left(1 - 2\,\frac{R}{\varrho}\right).$$

(Den Hinweis auf diese Differentialgleichung und Aufstellung eines Rechenschemas für Näherungslösungen verdanke ich Herrn Dr. Lohmann.) Eine allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist nicht durchführbar, weil die Funktion $\varrho\,(\varphi)$ sich von Fall zu Fall ändert. Daher soll im folgenden ein den praktischen Forderungen angepaßtes, vereinfachtes Berechnungsverfahren der Höhenschwankungen abgeleitet werden.

Vorausgesetzt wird, daß die Schwankungen an der Oberfläche periodisch auftreten. Das ist, wie die Meßkurven zeigen, hinreichend der Fall.

Man setzt:

$$s = s_0 \cdot \sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi \qquad \text{(III)}$$

und somit

$$s'' = -\,s_0\left(\frac{360^\circ}{\alpha_0}\right)^2 \cdot \sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi\,. \qquad \text{(IV)}$$

Der Faktor $\frac{360^\circ}{\alpha_0}$ hat auf Grund der Messungen etwa die Größe 100 bis 200. Setzt man nur den kleinsten Wert in die Gleichungen (III) und (IV) ein, so wird:

$$s = s_0 \cdot \sin 100\,\varphi\,,$$

$$s'' = -\,10000\,s_0 \sin 100\,\varphi\,.$$

Die Maximalamplitude der zweiten Ableitung ist in diesem Falle schon $10^4$ mal größer als die lineare Amplitude!

Mit den Gleichungen (III) und (IV) wird zugleich die willkürliche Voraussetzung gemacht, daß auch in den praktischen Fällen da, wo die Krümmung $\varrho$ gleich der mittleren Krümmung $R$ wird, auch $r = R$ ist. Das ist eine bei Mittelwertsbetrachtungen wohl erlaubte Vereinfachung.

Setzt man die Lösungen III und IV in die Differentialgleichung ein, so wird

$$\begin{aligned} &-\,s_0\left(\frac{360^\circ}{\alpha_0}\right)^2 \sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi \\ &= R\left(1 - \frac{R}{\varrho}\right) + s_0\left(1 - 2\,\frac{R}{\varrho}\right)\sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi\,. \end{aligned}$$

Oder

$$s_0\left(\frac{360^\circ}{\alpha_0}\right)^2 \sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi = R\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right),$$

wenn $1 - 2 \cdot \frac{R}{\varrho}$ gegen $\left(\frac{360^\circ}{\alpha_0}\right)^2$ vernachlässigt wird.

Da in der Hauptsache nur die Kenntnis der Maximalwerte von $s$ von Bedeutung ist, wird $\sin\frac{360^\circ}{\alpha_0} \cdot \varphi = \pm 1$ gesetzt. Das geht aber nur, wenn $\varphi = \frac{1}{4}\,\alpha_0$ bzw. $\frac{3}{4}\,\alpha_0$ gewählt wird. An der Stelle der maximalen Höhenschwankung $s_0$ liegt hiernach auch die der maximalen Krümmungsschwankung. An diesen Stellen ist dann

$$s_0 = \pm\,R\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right)\left(\frac{\alpha_0}{360^\circ}\right)^2.$$

Führt man $\gamma = \frac{\alpha_0}{2}$ ein, und rechnet $\gamma$ im Bogenmaß, so erhält man den absoluten Betrag.

$$s_0 = \left(\frac{\gamma}{\pi}\right)^2 \cdot R\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right). \qquad \text{(V)}$$

Diese Form ist mit der zu Anfang abgeleiteten primitiveren Formel

$$PP' = s = \frac{\gamma^2}{8}\,R\left(\frac{R}{\varrho} - 1\right),$$

in der des Vergleichs wegen dort auch der ganze Winkelbereich mit $\gamma$ bezeichnet werden soll, in hinreichender Übereinstimmung. Die Größenordnung der Differenz der auf beide Arten

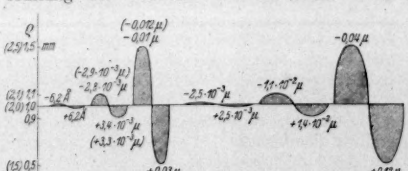



Fig. 20. Maßstab zur Abschätzung der Höhenstörungen. (Bei der Anwendung achte man darauf, daß bei der Wiedergabe der Krümmungskurven die Ordinatenmaßstäbe leider nicht immer um den gleichen Betrag wie in Fig. 20 verkleinert werden konnten.)

berechneten Höhenschwankungen von 20 Proz. wird sicher schon von den Unexaktheiten, die zur Vereinfachung der Rechnung begangen worden sind, übertroffen.

In Fig. 20 sind nach der Formel (V) die maximalen Abweichungen in der Höhe gegen das mittlere Normalniveau für zwei verschiedene Winkelbereiche $\gamma_1 = 1°$ $\gamma_2 = 2°$ und verschiedene Krümmungsschwankungen angegeben. Die eingeklammerten Werte beziehen sich auf den Fall, daß der Mittelwert $R = 2$ mm ist.

### Zusammenfassung.

Das Verfahren, mit dem die Krümmungen von Schneiden gemessen wurden, wird hier angewendet, um bei Kugeln und Zylindern den Verlauf von Krümmungsschwankungen an der Oberfläche und die hiermit zusammenhängenden Unregelmäßigkeiten in der Politur nachzuprüfen. Die Vermutung, daß selbst die besten polierten Drähte keine idealen kreisförmigen Querschnitte besitzen, wird experimentell bestätigt. Es sind eher Kurven konstanter Breite oder Gleichdicke. Die linearen Abweichungen von der Kreisform sind so gering, daß sie mit anderen Mitteln bisher nicht nachgewiesen werden konnten.

An Stahlkugeln und insbesondere an den besten polierten Glaskugeln mit bis auf 0,1 $\mu$ konstantem Durchmesser treten bei den gleichen Untersuchungen die bloßen Politurunregelmäßigkeiten mehr in den Vordergrund. Die kleinsten Höhenschwankungen, die sich mit diesem Verfahren noch nachweisen lassen, betragen nur wenige Ångström-Einheiten.

Innerhalb dieser sehr kleinen Dimensionen erwiesen sich die polierten Oberflächen nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich als veränderlich. Die Veränderungen, die sich in den Grenzen einiger Tausendstel $\mu$ bewegen, werden auf Brownsche Bewegung der aus kolloidalen Partikeln bestehenden Oberflächenschicht zurückgeführt. An nicht polierten aus der Schmelze erstarrten Glasoberflächen wurden von Störungen vollkommen freie Stellen gefunden, die innerhalb der angeführten Meßgenauigkeit auch keine Veränderlichkeit mit der Zeit aufwiesen. Die letztgenannten Eigenschaften zeigen auch gut polierte Planflächen.

Herrn Prof. Dr. F. Jentzsch danke ich für sein Interesse an den Untersuchungen.

Jena, November 1932.

(Eingegangen 12. Dezember 1932.)

## Die Arbeitsweise des Glimmlautsprechers.

Von A. Gemant.

(Mitteilung aus dem Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung, Berlin.)

Inhaltsverzeichnis.

I. Problemstellung.
II. Versuche mit ebener Anordnung.
a) Linearität des Effekts.
b) Frequenzkurven.
c) Zusammenhang mit dem Gleichstrom.
d) Geometrische Verhältnisse.
e) Richtungsverteilung.
III. Zylindrische Anordnung.
IV. Zusammenfassung.

### I. Problemstellung.

In einer vorangehenden Arbeit[1]) hatten wir den Einfluß hochfrequenter Überlagerungen auf die Höhe des Koronagleichstromes untersucht. Die niedrigste Frequenz betrug hierbei $10^4$ Hz. Diese erzeugte am Glimmdraht einen hörbaren Ton von derselben Frequenz. Dieser Erscheinung näher nachgehend fanden wir, daß sie in der Literatur schon beschrieben ist. Und zwar zuerst von M. Brenzinger und F. Dessauer[2]) und kurz nachher von L. Fleischmann[3]). Die von ihnen verwendete Schaltung war der unsrigen ähnlich. Eine beliebige Glimmanordnung in freier Luft, also Draht gegen Platte oder Spitze gegen Platte wird mittels genügend hoher Gleichspannung in Betrieb gesetzt. Wird der Gleichspannung Tonfrequenz überlagert, so sendet die Anordnung unmittelbar Schallwellen aus. Die Ursache ist der die Glimmentladung begleitende elektrische Wind, welcher der überlagerten Wechselspannung entsprechende Schwankungen aufweist und somit den Ton erzeugt. Brenzinger und Dessauer benutzen dieselbe Anordnung in umgekehrter Weise auch als Mikrophon.

Da beide Veröffentlichungen die Lautsprecherwirkung nur flüchtig behandeln, so schien es uns angebracht, sie etwas näher zu untersuchen. Sie ist nämlich insofern bemerkenswert, als die Schallerzeugung unmittelbar in der Luft, nicht durch eine mechanische Membran erfolgt. Es mag nun Erwähnung finden, daß der Mechanismus des Glimmlautsprechers (auf den wir noch zurückkommen werden) in manchen Beziehungen Ähnlichkeiten mit anderen schon vorhandenen Lautsprechertypen aufweist. So in erster Linie mit dem von H. Simon entdeckten tönenden Lichtbogen, welcher ausführlich von H. Lichte[4]) untersucht wurde.

1) Zeitschr. f. Phys. **78**, 240, 1932.
2) Physik. Zeitschr. **29**, 654, 1928.
3) Naturwiss. **16**, 795, 1928.
4) Ann. d. Phys. **42**, 483, 1913.

Nur ist der Vorgang in letzterem ein ganz anderer: wahrscheinlich thermisch oder durch das veränderliche Volumen des Lichtbogens bedingt. Faßt man die Raumladung der Glimmstrecke als einen zusammenhängenden, im Felde beweglichen geladenen Körper auf, so kann man dessen Schwingungen in gewisser Weise mit den Schwingungen der Membran eines Kondensatorlautsprechers vergleichen [siehe die diesbezügliche Arbeit von H. Riegger[1])]. Endlich ist die Umkehrung des Prinzips, nämlich das Glimmmikrophon dem Kathodophon sehr ähnlich. Letzteres ist ausführlich von E. Meyer[2]) untersucht worden. Nur werden da die Ladungsträger durch eine glühende Kathode erzeugt, während in unserem Falle die Entladung eine selbständige ist[3]).

Im folgenden werden also die wichtigsten Eigenschaften und die günstigsten Arbeitsbedingungen des Glimmlautsprechers festgestellt. Es wird sich auch zeigen, welche die günstigste Ausführungsform ist. Die Schalleistung haben wir experimentell wie auch theoretisch, beides in erster Näherung, ermittelt. Ob der Glimmlautsprecher eine praktische Anwendung wird finden können, ist eine Frage, welche zunächst offengelassen werden muß.

## II. Versuche mit ebener Anordnung.

Die meisten Versuche haben wir mit einer kleinen Anordnung ausgeführt, bestehend aus einer Planelektrode von 6 cm Durchmesser und abgerundetem Rand, gegenüber welcher eine Anzahl von Drähten parallel angebracht war. Da die Entladung bei positivem Draht regelmäßiger ist, als bei negativem, so waren die Drähte $D$ stets positiv (Fig. 1), die Platte $P$

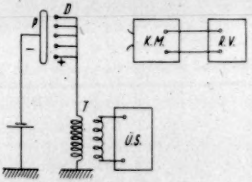



Fig. 1. Meßanordnung.

negativ. Die Drähte waren über einen Transformator $T$, welcher primärseitig zu einem Überlagerungssummer führte, geerdet. Die eigentlichen Messungen bestanden jeweils darin, daß an bestimmten Stellen des Schallfeldes die Schalldruckamplitude festgestellt wurde. Dies geschah nach E. Meyer[1]) mittels eines Kondensatormikrophons und eines Röhrenvoltmeters, bestehend aus zwei Vorverstärkern, einem Gleichrichter und einem Gleichstromverstärker. Das Kondensatormikrophon mißt direkt den Druck an der betreffenden Stelle des Raumes, wobei natürlich die durch ihn selbst verursachte Störung des Feldes in die Messung mit eingeht. Es ist noch erforderlich, mittels einer Eichung die Empfindlichkeit des Mikrophons in mV/$\mu$Bar zu messen. Die Eichung wurde ebenfalls nach einer Methode von E. Meyer[2]) durchgeführt. Der Wechseldruck wird hierbei mittels einer Hilfselektrode an der Mikrophonkapsel durch Wechselspannung ersetzt. Es gilt dann für die Amplitude der mechanischen Kraft $p$

$$p = 2\,k\,U_0\,u\,,$$

wo $U_0$ die Vorspannung, $u$ die Wechselspannung und $k$ eine Konstante ist. Die Konstante $k$ wird so bestimmt, daß ein kleiner mechanischer Überdruck $P_0$ mittels Gleichspannung $U_0'$ gerade kompensiert wird, was an der unverändert gebliebenen Kapazität (z. B. durch Parallelschaltung der Kapsel zum Drehkondensator eines Überlagerungssummers) gemessen werden kann. Dann ist

$$k = \frac{P_0}{U_0'^2}\,.$$

Auf diese Weise haben wir die Empfindlichkeit zu 12 mV/$\mu$Bar bestimmt. Sie steigt zwar mit höher werdender Frequenz etwas an, jedoch haben wir bei der Auswertung immer mit diesem Mittelwert gerechnet.

Die Messungen wurden stets in der Mitte eines Raumes ausgeführt, um Feldstörungen seitens der Wände möglichst herabzudrücken. Um Störungen seitens stehender Wellen noch weiter herabzusetzen, wurde gelegentlich ein Heulkondensator im Überlagerungssummer verwendet. Da er jedoch beobachtungsgemäß nur geringfügige Änderungen an den Meßwerten bewirkte, so wurde von seinem Gebrauch im allgemeinen abgesehen.

a) Als erstes untersuchten wir die Abhängigkeit des Schalldruckes von der Höhe der Wechselspannung. Letztere muß beträchtlich hoch sein, von der Größenordnung einiger hundert Volt. Der Transformator hinter dem Summer transformierte 1 : 10. Auf Fig. 2 ist das Ergebnis

1) Wiss. Veröff. d. Siem.-Konzerns **3**, 67, 1924.
2) ENT **6**, 17, 1929.
3) Unabhängig von dieser Arbeit haben im Heinrich-Hertz-Institut die Herren Prof. Leithäuser und Saraga einen mit modulierter Hochfrequenz betriebenen Glimmlautsprecher untersucht und zum Patent angemeldet.

1) Zeitschr. f. techn. Phys. **7**, 609, 1926.
2) ENT **4**, 203, 1927.

zu sehen. Die Abszisse enthält die Wechselspannung in $U_{max}$, gemessen mit einem zweiten Röhrenvoltmeter, welches an die Sekundärklemmen des Transformators $T$ (Fig. 1) angeschlossen war. Die verwendete Frequenz und der Abstand $a$ zwischen Platte und Drahtebene ist als Parameter angegeben. Die Ordinate enthält den Schalldruck in $\mu$Bar bei gegebenem Mikrophonabstand. Man sieht, daß die Kurven ziemlich geradlinig verlaufen. Das spricht gleichzeitig dafür, daß die Verzerrung einer gegebenen Kurvenform, somit der Klirrfaktor relativ gering sein müssen. Da nun der Überlagerungssummer bei verschiedenen Frequenzen eine verschiedene

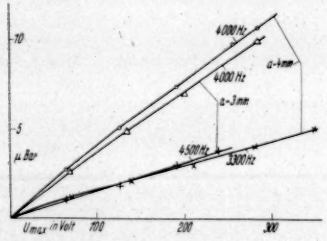



Fig. 2. Schalldruck abhängig von der Wechselspannung.

Spannung erzeugte (sie fiel mit zunehmender Frequenz ab), so reduzierten wir auf Grund der Linearabhängigkeit die gemessenen Druckwerte, falls verschiedene Frequenzen verglichen wurden, jeweils auf eine angelegte Wechselspannung von 350 $U_{eff}$. Die folgenden Frequenzkurven enthalten jeweils die solchermaßen reduzierten Werte.

b) Des weiteren betrachten wir die Frequenzkurven. Solche sind z. B. auf Fig. 3 zu sehen. Sowohl die Frequenz wie der Schalldruck sind in logarithmischem Maße aufgetragen. Die verwendeten Kupferdrähte waren 0,05 mm im Durchmesser, ihre Anzahl $n$ betrug 14. Der Plattendrahtabstand $a$ war 4 mm, Abstand $l$ zwischen Drahtebene und Mikrophonkapsel 5 cm. Als Parameter der Kurvenschar ist hier die Gleichspannung aufgetragen (siehe nächsten Abschnitt). Man sieht, daß die höheren und noch mehr die tieferen Frequenzen stark abfallen. Über 7000 Hz war die gemessene Intensität sehr gering, ebenso unter 200 Hz. Daß die Kurve bei höheren Frequenzen abfällt, liegt wahrscheinlich an der Trägheit der Ionen. Das Maximum der Frequenzkurve dürfte in der Gegend von 3000 Hz liegen. Die scharfen Spitzen in der Nähe von 4000 Hz haben keine wesentliche Bedeutung, sie sind wahrscheinlich durch Reflexion bedingt und fallen sowohl bei Annäherung wie bei Entfernung des Mikrophons stark ab. Aber auch, wenn man von diesen Spitzen absieht, bleibt ein flacheres Maximum bei 3000 Hz bestehen. Hier liegt vermutlich die Eigenfrequenz der Raumladung[1]). Daß die tiefen Frequenzen so schnell abfallen, liegt in der schlechten Abstrahlung des gewählten Objekts.

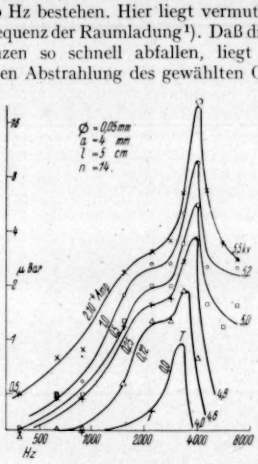



Fig. 3. Frequenzkurven bei verschiedenem Gleichstrom ($a = 4$ mm).

Die abstrahlende Fläche ist eben zu klein. Ein weiteres Modell verhielt sich in dieser Beziehung schon wesentlich besser (siehe Abschn. III).

c) Man könnte auf den Gedanken kommen, daß es sich bei dieser Anordnung um die Mitschwingung der Drähte selbst handelt, daß man also nur eine Abart des Kondensatorlautsprechers vor sich hat. Daß dem nicht so ist, läßt sich durch die Abhängigkeit der Tonstärke von der angelegten Gleichspannung zeigen. Sie müßte im Falle von Drahtschwingungeu der Gleichspannung annähernd proportional steigen. Nun ist auf Fig. 3 der Schalldruck in Abhängigkeit von der angelegten Gleichspannung untersucht, letztere ist Parameter der Kurvenschar. An jeder Kurve steht sowohl die Spannung in kV wie der gemessene Gleichstrom in mA. Man sieht, wie mit fallender Spannung die Schalldrücke beträchtlich abfallen und bei einer Spannung von 4 kV (Strom verschwindend klein) nur noch ein minimaler Schalleffekt vorhanden ist. Deutlicher sieht man das auf Fig. 4, wo die Drücke in Abhängigkeit von der Gleichspannung für 3300 und 2200 Hz aufgetragen sind. Gleichzeitig sieht man auch den Stromverlauf. Obwohl demnach die Tonstärke

1) K. Honda, Bulletin of the Inst. of phys. a. chem. Res. Tokyo **6**, 494, 1927.

mit der Stromstärke zunimmt, empfiehlt es sich nicht, über die hier angeführte obere Grenze, also etwa 0,6 mA/dm² Fläche der vollen Gegenelektrode hinauszugehen, weil dann leicht Funkenübergang stattfindet.

Da somit der Schalleffekt deutlich an das Auftreten eines endlichen Stromes bzw. einer endlichen Raumladung gebunden ist, so hat er mit Drahtschwingungen nichts zu tun. Trotzdem könnte man meinen, daß bei den Frequenzen, welche der Eigenfrequenz des Drahtes entsprechen, eine Mitschwingung und somit eine Beeinflussung des Tones eintritt. Um diese Frage

Fig. 4. Schalldruck abhängig von der Gleichspannung.

zu entscheiden, haben wir dem Draht (Stahldraht) mechanisch verschiedene Spannungen erteilt, so daß er einmal eine Eigenfrequenz von etwa 1200, ein andermal eine von 300 Hz hatte. Wie aus Tab. I ersichtlich, ist bei diesen Frequenzen keine Verstärkung des Tones vorhanden, der Draht schwingt also auch bei seiner Eigenfrequenz $f_0$ nicht mit.

Tabelle I.

| Hz | $\mu$ Bar unabgest. Draht | $\mu$ Bar für $f_0 = 1200$ Hz | $\mu$ Bar für $f_0 = 300$ Hz |
|---|---|---|---|
| 6600 | — | 2,7 | 2,7 |
| 5500 | — | 2,8 | 2,8 |
| 4500 | 2,5 | 7,8 | 6,9 |
| 3300 | 3,9 | 3,9 | 4,0 |
| 2200 | 1,7 | 1,7 | 1,7 |
| 1500 | 0,8 | 1,5 | 1,3 |
| 1200 | — | 0,9 | — |
| 900 | — | 0,5 | 0,6 |
| 630 | — | 0,6 | 0,6 |
| 380 | — | 0,5 | 0,5 |
| 280 | — | — | 0,3 |

d) Es ist ferner von Interesse, zu erfahren, ob die Lage, der Durchmesser, und die Anzahl der Drähte von Einfluß auf die Schallerzeugung sind. Wir nahmen z. B. eine der Fig. 3 analoge Kurvenschar auf, mit dem Unterschied, daß der Abstand Draht–Platte statt 4 nur 3 mm betrug. Die Betriebsspannung ist dementsprechend kleiner, im Maximum 4,5 kV. Ein nennenswerter Unterschied zwischen den beiden Kurvenscharen war nicht vorhanden. Man könnte versucht sein, zwecks Erniedrigung der Betriebsspannung noch kleinere Abstände zu wählen; dies ist jedoch nicht ratsam, da die Steilheit der Charakteristik und somit die Gefahr eines Funkenüberganges mit kleiner werdendem Abstand zunehmen.

Ferner verglichen wir mit dem bisher untersuchten Durchmesser 0,05 mm einen Draht von 0,1 mm Durchmesser, der natürlich einen entsprechend größeren Abstand, nämlich 5 mm, von der Platte haben mußte. Gleichzeitig ist ein entsprechender Versuch mit 0,1 mm starkem Manganindraht ausgeführt, um einen etwaigen Materialeinfluß zu prüfen. Einen wesentlichen Unterschied zwischen den drei Versuchsreihen gibt es, wie Tab. II zeigt, nicht.

Tabelle II.

| Hz | Kupfer 0,05 mm ⌀ $\mu$ Bar | Kupfer 0,1 mm ⌀ $\mu$ Bar | Manganin 0,1 mm ⌀ $\mu$ Bar |
|---|---|---|---|
| 6600 | 3,5 | 5,1 | 5,5 |
| 5500 | 3,4 | 3,4 | 5,5 |
| 4500 | 6,2 | 5,3 | 7,8 |
| 3300 | 6,6 | 7,6 | 7,5 |
| 2200 | 3,0 | 2,7 | 2,6 |
| 1500 | 2,0 | 1,5 | 1,8 |
| 900 | 0,6 | 0,5 | 0,8 |
| 630 | 0,5 | — | 0,6 |
| 380 | — | — | 0,5 |

Auch zwischen Kupfer- und Stahldraht gibt es keinen Unterschied. Stahldraht von 0,06 mm Durchmesser hat sich sehr gut bewährt, da er stärker angezogen werden kann als Kupfer und daher nicht so leicht durchbiegt.

Wichtig ist die Frage, wie groß die Anzahl der Drähte sein muß, um einen möglichst günstigen Effekt zu erzielen. Denkt man sich die Drähte etwa parallel angeordnet, so kommt es darauf an, wieviel Drähte pro cm Elektrodenbreite anzubringen sind. Gegenüber der schon genannten Platte von 6 cm Durchmesser befanden sich die Drähte, deren Zahl $n$ von 14 bis 1 variierte. Trug man die Frequenzkurven auf, so sah man, daß die Werte für $n = 14$ und $n = 6$ mit einer gewissen Streuung annähernd zusammenfielen. Die Kurve für $n = 3$ lag deutlich tiefer, noch mehr die für $n = 2$ und $n = 1$. Ein Ansteigen des Effektes findet also nur bis $n = 6$ statt, darüber hinaus nicht mehr. Dies ist daher die günstigste Drahtdichte: 1 pro cm. Die Ursache dieses Verhaltens dürfte wohl die sein, daß die mittlere Breite der Entladung zwischen Draht

und Platte bei einem Abstand von 3 bis 5 mm etwa 1 cm beträgt. Daher nimmt die Raumladung trotz weiteren Zusammenrückens der Drähte nicht mehr zu.

e) Als letzten Punkt untersuchten wir die Richtungsverteilung der abgestrahlten Schallenergie. Zu diesem Zweck mußten wir uns mit $n = 1$ begnügen, damit für die verschiedenen Richtungen immer derselbe Mikrophonabstand (10 cm) vom Draht eingehalten werden konnte.

Fig. 5. Richtungsverteilung des Schalldrucks bei Normalanordnung.

Das Ergebnis ist in Fig. 5 zu sehen. Die Lage der Platte und des Drahtes ist durch $P$ und $D$ gekennzeichnet. Die Schalldrücke sind in den verschiedenen Richtungen in willkürlichen Einheiten aufgetragen und die Endpunkte zu einer Kurve verbunden. Das steile Anwachsen des Druckes in der Nähe der Plattennormalen beruht auf Reflexion, da wir mit 4000 Hz gearbeitet haben; ähnlich wie auf den Frequenzkurven an dieser Stelle eine angenäherte Verdoppelung des Druckes auftritt. Sie hat keine große Bedeutung, die richtige Verteilungskurve dürfte den gestrichelt gezeichneten Verlauf

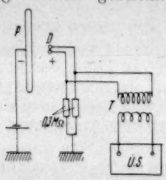


Fig. 6. Symmetrische 2-Drahtschaltung.

haben. Man sieht, daß das Maximum der Abstrahlung in Richtung der Stromlinien erfolgt. Dieses Ergebnis ist das Analogon zu dem Befund von E. Meyer (l. c.) am Kathodophon, bei welchem die maximale Übertragung stattfindet, falls die Schallrichtung mit der Stromrichtung übereinstimmt.

In diesem Zusammenhang versuchten wir auch noch eine andere Schaltung, wie auf Fig. 6 zu sehen. Der Platte standen zwei parallele Drähte gegenüber, ihr gegenseitiger Abstand war etwa 1 mm, der Abstand von der Platte 3 mm. Beide Drähte führten über je einen Widerstand von 0,3 MΩ zur Erde. Der Gleichstrom verteilte sich somit symmetrisch zwischen den beiden Drähten. Die Wechselspannung des Überlagerungssummers führte unmittelbar zu den beiden Drähten. Der Wechselstrom hat bei dieser Schaltung ein Minimum senkrecht zur Platte, also in der Richtung, in welcher er früher ein Maximum hatte. Nimmt man die Druckverteilung auf, so erhält man Fig. 7. Die Werte normal zur Platte müssen wieder halbiert werden, die gestrichelte Kurve gibt vermutlich den richtigen Verlauf. Trotz ziemlicher Streuung der Werte befindet

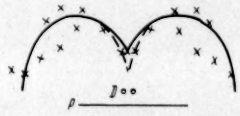


Fig. 7. Richtungsverteilung bei symmetrischer Schaltung.

sich das Maximum der abgestrahlten Energie parallel zur Platte, also wieder in Richtung des Wechselstromes.

## III. Zylindrische Anordnung.

Da somit die bisherigen Versuche ergeben haben, daß die Glimmstrecke in erster Linie in bezug auf die Abstrahlung der tiefen Frequenzen verbesserungsbedürftig ist, so bauten wir eine zylindrische Anordnung, welche bei guter Raumausnutzung eine etwa 15mal so große Fläche hatte. Dadurch wird der Strahlungswiderstand auch für tiefere Frequenzen größer. Für höhere Frequenzen bleibt die Intensität in der Nähe des Lautsprechers dieselbe, bei größeren Abständen darf sie aber lange nicht in dem Maße abfallen, wie bei der kleineren Fläche.

Diese Erwartungen wurden durch den Versuch bestätigt. Fig. 8 gibt den Lautsprecher schematisch wieder. Der Durchmesser betrug 5 cm, die Länge des Zylinders 30 cm. Er war oben und unten durch Holzplatten abgeschlossen, an welchen flache kreisförmige Metallplatten aufgeschraubt waren. An diesen waren 16 Drähte im Abstand von je 1 cm befestigt, sie waren zur Zylinderachse parallel gerichtet. Die Spannungszufuhr zum Zylinder geschah durch einen innen angelöteten Draht, welcher isoliert durch die obere Metallplatte durchgeführt wurde. Abstand zwischen Drahtschicht und Zylinder betrug 3,5 mm. Die Gleichspannung war etwa 4 kV und der Gleichstrom 4 mA.

Die Frequenzkurve mit diesem Zylinder zeigt Fig. 9 für 5 und 25 cm Mikrophonabstand. Bei 5 cm Abstand kann man bis 150 Hz herunter noch gut messen. Die Reflexionsspitze bei etwa

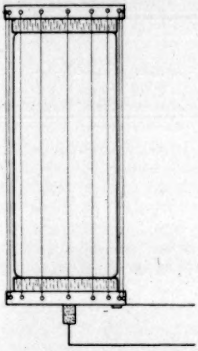


Fig. 8. Zylindrische Anordnung.

4000 Hz ist wieder vorhanden. Bei 25 cm Abstand fehlt sie; hier sind immer noch brauchbare Intensitäten vorhanden, entgegen der vorigen Anordnung, welche bei diesem Abstand nur geringe Schalldrücke zu messen gestattete.

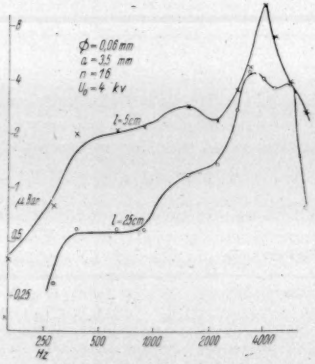



Fig. 9. Frequenzkurven der zylindrischen Anordnung.

Wir haben versucht, eine rohe Bestimmung der Gesamtleistung und des elektroakustischen Wirkungsgrades auszuführen. Die ideale Bestimmung dieser Größen geschieht nach E. Meyer[1]) am besten durch Messung der Energiedichte des Schalles in einem möglichst absorptionsarmen Raum. Dann ist nämlich die Energiedichte $E$:

$$E = \frac{4L}{Ac},$$

wo $L$ = Gesamtleistung, $A$ = Gesamtabsorption und $c$ = Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Eine andere Methode wäre die Messung der Intensität in allen Punkten einer Kugel, welche den Lautsprecher im Mittelpunkt hat und Integration über die Kugelfläche. Wir führten nun eine angenäherte Bestimmung der Schalleistung so aus, daß wir den Druck in verschiedenen Abständen von der Lautsprecherachse maßen und die Kurve Druck-Abstand auf den Abstand Achse-Drahtebene (2,5 cm) extrapolierten. Nimmt man an, daß die Energiedichte quadratisch mit dem Abstand abnimmt, d. h. der Druck linear mit ihm abfällt (was allerdings nur für eine Kugel und auch nur im freien Raum gelten würde), so erhält man eine hyperbolische Kurve; mit dieser Annahme wird die Extrapolation erleichtert.

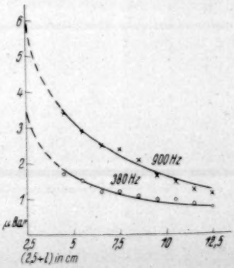



Fig. 10. Schalldruck abhängig vom Abstand vom Lautsprecher.

Da im Abstand der Drahtebene der Druck auf der ganzen Zylinderfläche konstant ist, so läßt sich durch Multiplikation der Schallintensität mit der Zylinderfläche die Gesamtleistung berechnen. Der schwächste Punkt der Methode bleibt allerdings die Extrapolation, weshalb sie auch nur angenäherte Werte liefert.

Auf Fig. 10 sind die Kurven für 900 und 380 Hz aufgetragen; sie entsprechen in der Tat Hyperbeln. Der extrapolierte Druck für 900 Hz beträgt 6,0 $\mu$Bar. Die pro cm² abgestrahlte Leistung beträgt (mit $\varrho$ = Luftdichte):

$$I = \frac{1}{2}\frac{p^2}{c\varrho}$$

und für ein m² haben wir demnach

$$I = \frac{36 \cdot 10^4}{2 \cdot 3{,}3 \cdot 10^4 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3}} \text{ abs.} \sim 4200 \text{ abs.}$$
$$= 0{,}42 \text{ m Watt/m}^2.$$

[1]) Zeitschr. f. techn. Phys. **10**, 309, 1929.

Das gab für unser Modell (Fläche = 4,5 dm²) 0,017 m Watt. Man könnte also mit Leichtigkeit auf etwa 0,5 m Watt kommen, was allerdings immer noch nicht viel ist. Der Wirkungsgrad selbst ist dementsprechend auch ungünstig. Der Ohmsche Widerstand für Wechselstrom (geschätzt aus der Steilheit der Charakteristik) ist pro m² etwa 0,01 MΩ, die aufgewandte Leistung bei 350 $V_{eff}$ etwa 10 Watt. $\eta$ ist demnach ~ 0,04 pro mille, entgegen der üblichen Größenordnung von 1 pro mille.

Zum Schluß versuchten wir noch die Größenordnung des gemessenen Schalldruckes an der Drahtebene theoretisch abzuleiten, was relativ gut gelingt. Nach der Theorie des elektrischen Windes[1]) beträgt der Druck

$$p = \frac{ia}{u},$$

falls $i$ die elektrische Stromdichte, $a$ die Breite der Raumladung und $u$ die Ionenbeweglichkeit bedeuten. In unserem Fall ist für $a$ 0,35 cm zu setzen, $u$ ist ~ 600 abs. Für $i$ muß die Wechselstromdichte eingesetzt werden, welche pro cm² ~ $5 \cdot 10^{-6}$ Amp. = $15 \cdot 10^3$ abs. beträgt. Demnach

$$p = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 0{,}35}{6 \cdot 10^2} \sim 8{,}8\,\mu \text{ Bar}.$$

Das ist, wie ersichtlich, tatsächlich die Größenordnung, wie wir sie gemessen haben (für 900 Hz 6,0 $\mu$Bar). Allerdings muß bemerkt werden, daß die lineare Beziehung zwischen $i$ und $p$ keineswegs erfüllt ist, wie etwa aus Fig. 4 ersichtlich; die Zunahme des Druckes mit der Stromdichte ist viel schwächer als linear. Die Beziehung gilt ja nur für Gleichdruck und nicht für Wechseldruck, bei welchem nicht ohne weiteres klar ist, wieviel davon in Phase mit der Geschwindigkeit der Luft und wieviel nur als Blinddruck wirksam ist. Aus dem geringen Wert von $\eta$ ist auch zu folgern, daß ein großer Teil der Luft in Phase mit den Ionen mitschwingt und daher nur als Blindwiderstand in Frage kommt.

## IV. Zusammenfassung.

Es wird die Arbeitsweise des Glimmlautsprechers (Gleichstrom-Korona mit überlagerter Tonfrequenz) untersucht. Der Schalldruck wird an bestimmten Stellen des Feldes mittels eines absolut geeichten Kondensatormikrophons gemessen. Der Schalldruck ist der angelegten Wechselspannung proportional. Die Frequenzkurve fällt bei tiefen Frequenzen (wie auch bei anderen Lautsprechern) stark ab, ebenso über 7000 Hz. Das Maximum liegt bei 3000 Hz, vermutlich der Eigenfrequenz der schwingenden Raumladung. Die Schallemission beginnt gleichzeitig mit dem Einsetzen des Gleichstroms. Mechanische Spannung des Glimmdrahtes, seine Stärke und sein Abstand von der Gegenelektrode haben keinen Einfluß auf den Effekt. Mindestdichte der Drähte ist 1 pro cm Elektrodenbreite bei 3 bis 4 mm Abstand. Die Richtungsverteilung des Schalles besitzt ein Maximum in Richtung des Wechselstroms in der Entladungsstrecke. Günstigste Anordnung sowohl in bezug auf Gesamtleistung wie auf Abstrahlung tiefer Frequenzen ist die zylindrische Vollelektrode mit konzentrischer Drahtfläche. Die Gesamtleistung wird experimentell angenähert zu 0,42 m Watt/m² Sendefläche (Fläche der Gegenelektrode) bestimmt. Theoretische Überschlagsrechnung ergibt dieselbe Größenordnung. Der elektroakustische Wirkungsgrad ist nur etwa 0,04 pro mille, da die Luft zum Teil wahrscheinlich in Phase mit den Ionen schwingt.

Herrn Präsident Prof. Wagner sowie Herrn Dr. Meyer danke ich herzlichst für vielfache Unterstützung und Ratschläge, ferner der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für Beihilfe zur vorliegenden Arbeit.

(Eingegangen 14. Dezember 1932.)

1) K. Przibram, in Geiger-Scheel, Hb. d. Phys. **22**, 380, 1927.

# Der Einfluß der Steilheit des Spannungsanstiegs bei Wechselstrom auf die Zündspannungen von Edelgasen und Luft in Leuchtröhren.

Von W. Spielhagen.

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.)

Inhalt.

Es werden Versuche an einem Gasentladungsrohr beschrieben, die den Einfluß der Steilheit des Spannungsanstiegs auf die Größe der Zündspannungsspitze bei den Edelgasen Helium, Neon, Argon und bei Luft zeigen. Als Parameter werden die Stromstärke und der Gasdruck im Entladungsrohr verwendet. Anschließend werden einige Gasgemische unter den gleichen Versuchsbedingungen untersucht.

Die Zündspannung in einem Gasentladungsrohr ist in hohem Maße von der Steilheit des Spannungsanstieges abhängig, die bei gleicher Frequenz und annähernd sinusförmigem Kurvenverlauf durch die Größe der Spannung $U_{01}$ gegeben ist. In Fig. 1 ist der Amplitudenwert

der Spannung $u_1$ doppelt so groß als derjenige $U_{02}$ der Spannung $u_2$. Für die Steilheiten $S$ beider Spannungen an der Stelle $u = 0$ gilt dann:

$$S_1/S_2 = \frac{\omega \cdot U_{01}}{\omega \cdot U_{02}} = \frac{U_{01}}{U_{02}} = \frac{U_{\text{eff}\,1}}{U_{\text{eff}\,2}} = \frac{2}{1}.$$

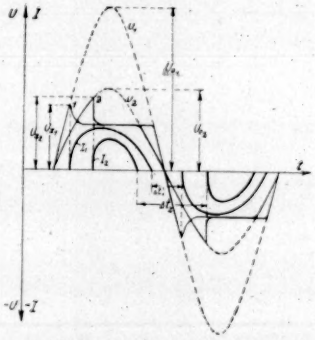



Fig. 1. Schematische Darstellung der Abhängigkeit der Zündspannung von der Steilheit des Spannungsanstiegs.

Legt man beide Spannungen abwechselnd an das gleiche Gasentladungsrohr, so zündet das Rohr mit der Spannung $u_1$ etwa bei einer Zündspannung $U_{Z1}$, mit der Spannung $u_2$ dagegen erst bei $U_{Z2}$. Bei den folgenden Versuchen wurde Abhängigkeit der Zündspannung von der Steilheit des Spannungsanstiegs bei verschiedenem Druck und veränderter Stromstärke für die Edelgase Helium, Neon und Argon und für Luft untersucht.

## Versuche.

Form und Abmessungen des bei den Versuchen verwendeten Entladungsrohres sind in Fig. 2 dargestellt. Die Länge der Gasstrecke zwischen den aus Eisenblech gefertigten Elektroden betrug etwa 2 m. Durch die Länge des Entladungsrohres und seine vielfachen Krümmungen sollte erreicht werden, daß die Zündspannungsspitzen möglichst ausgeprägt erscheinen.

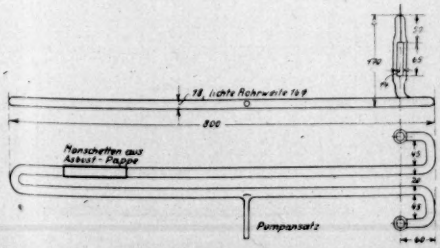



Fig. 2. Entladungsrohr.

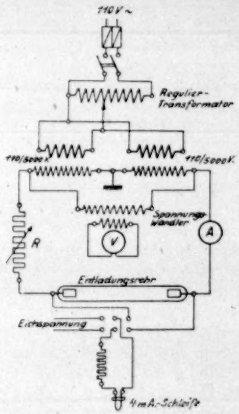



Fig. 3. Versuchsschaltung.

Die Versuche wurden mit der Frequenz 50 Hertz ausgeführt. Die Spannung lieferten zwei gleich große Leistungstransformatoren 110/5000 Volt (vgl. Fig. 3), die auf der Niederspannungsseite parallel, auf der Hochspannungsseite hintereinander geschaltet waren, so daß die höchste erreichbare Spannung 10000 $\text{Volt}_{\text{eff}}$ betrug. Die Regelung der Spannung erfolgte auf der Niederspannungsseite mittels eines anzapfbaren Reguliertransformators. Die Stromstärke im Entladungsrohr wurde mit Flüssigkeitswiderständen $R$ von etwa $2\text{M}\Omega$ Gesamtwiderstand verändert und mit dem Gleichrichter-Drehspulenstromzeiger $A$ gemessen. Die Zündspannung am Entladungsrohr wurde mit einem modernen Siemens-Schleifenoszillographen beobachtet und gemessen. Der Eigenverbrauch der verwendeten Meßschleife für 4 mA Maximalstrom ist so gering, daß er den Spannungsverlauf an dem mit 10 bis 60 mA belasteten Entladungsrohr kaum merklich beeinflußt. Jedes Oszillogramm wurde nach Aufnahme der Zündspannung sofort mit der Gleichspannung einer Hochspannungsbatterie geeicht.

Das Entladungsrohr wurde vor Beginn der Versuche sehr gründlich gereinigt. Die Eisenelektroden wurden im Vakuum mittels Hochfrequenz ausgeglüht und darauf das Rohr mit dem jeweils untersuchten Gas unter Anwendung möglichst

hoher Stromstärken (etwa den dreifachen der bei den Versuchen erreichten Werten) und jedesmaligem Auspumpen bis auf $10^{-5}$ mm fünf- bis sechsmal gespült. Durch eine vor das Entladungsrohr geschaltete Falle mit flüssiger Luft wurden die Quecksilberdämpfe der Manometer vom Rohr ferngehalten. Um bei den Edelgasen die letzten etwa zurückgebliebenen Spuren Wasserstoff oder Stickstoff noch zu entfernen, wurde nach der endgültigen Füllung des Entladungsrohres mit dem zu untersuchenden Gas in das Rohr Natrium hineinelektrolysiert, so daß das als „Getter" benutzte Natrium direkt in die Entladungsbahn gelangte. Darauf wurde die Wechselstromentladung noch einige Stunden eingeschaltet, bis das zu untersuchende Gas schließlich spektralrein erschien. Dann erst wurde mit den Messungen begonnen und Oszillogramme der Spannung am Rohr bei verschiedener Stromstärke und Steilheit der Spannungskurve in dem Druckbereich, in dem die Entladung möglichst störungsfrei stattfand, aufgenommen. Bei den Versuchen mit Luft unterblieb natürlich das „Gettern" des Rohres.

## Ergebnisse.

Da trotz aller Vorsichtsmaßregeln bei der Vorbereitung der Versuche die Zündspannung immer noch in hohem Maße von der zufälligen Verteilung der primären Ladungsträger in der Gasstrecke abhängig ist, kann man sie nur durch Mittelwertbildung aus möglichst vielen, unter gleichen Bedingungen aufgenommenen Einzelwerten richtig erfassen. Auf den aufgenommenen Oszillogrammen umfaßt jeder Kurvenzug 4 bis 8 Halbperioden und ebenso viele Zündspannungsspitzen, aus denen die Mittelwerte gebildet wurden. Die Stetigkeit der mit diesen

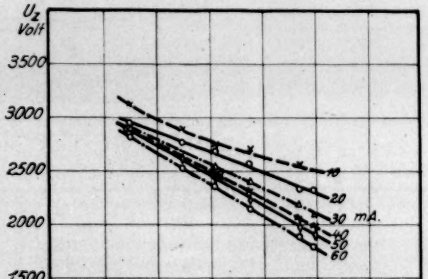



Fig. 4. Heliumfüllung.
$p = 6{,}5$ mm. Parameter: Stromstärke in mA.

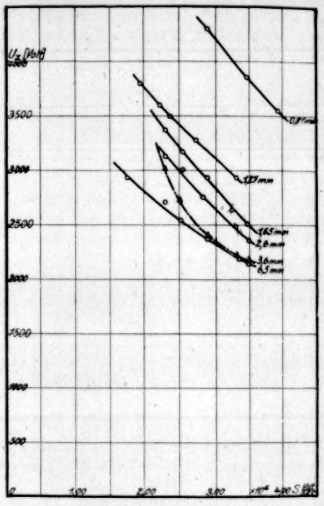



Fig. 5. Heliumfüllung.
$J_{\text{mittel}} = 35$ mA. Parameter: Druck in mm.

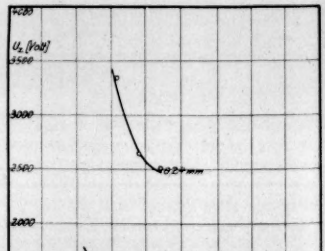



Fig. 6. Neonfüllung.
$J_{\text{mittel}} = 35$ mA. Parameter: Druck in mm.

Mittelwerten gezeichneten Kurven (Fig. 4–9) bietet Gewähr für ihre Richtigkeit. Da der

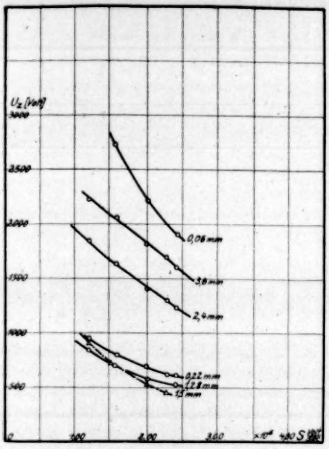



Fig. 7. Argonfüllung.
$J_{\text{mittel}} = 35$ mA. Parameter: Druck in mm.

Spannungsanstieg bis zur Zündung nahezu geradlinig verläuft, wurde als Steilheit $S$ in den Diagrammen der für Sinuskurven gültige Wert:

$$S = \left(\frac{\Delta u}{\Delta t}\right)_{t=0} = \omega \cdot U_0 = 314 \cdot U_0 \text{ Volt/sec}$$

gewählt. Fig. 4 zeigt die Abhängigkeit der Zündspannung $U_Z$ von der Steilheit $S$ bei Helium und einem Gasdruck von $p = 6{,}5$ mm und veränderlicher Stromstärke. Bei einer Änderung der Steilheit von $1{,}75 \cdot 10^6$ auf $3{,}5 \cdot 10^6$ Volt/sec, also um den doppelten Betrag, nimmt die Zündspannung im Durchschnitt von 2950 auf 2150 Volt, also um etwa 30 Proz. ab. Daß die Zündspannungen bei höherer Stromstärke niedriger sind als bei kleiner Stromstärke, erklärt sich daraus, daß die Entionisierung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Entladungen bei größerer Stromstärke infolge der größeren Anzahl von Ladungsträgern unvollkommener ist als bei kleineren Stromstärken. Da die Kurven für verschiedene Stromstärken auch bei den übrigen Versuchen große Ähnlichkeit zeigen, wurden, um die Diagramme übersichtlicher zu machen, im folgenden nur die Mittelwerte der Zündspannungen bei verschiedenen Stromstärken angegeben. Da bei jedem Druck 6 Stromstärken von 10 bis 60 mA eingestellt wurden, gelten also die folgenden Diagramme für eine mittlere Stromstärke von 35 mA.

Die Diagramme der Edelgase Helium, Neon und Argon zeigen hinsichtlich der Änderung der Zündspannung mit der Steilheit keine großen Abweichungen voneinander. Die Kurven verlaufen hohl nach oben und scheinen sich mit wachsender Steilheit einem festen Wert zu nähern, der wahrscheinlich der Brennspannung des Rohres bei dem jeweiligen Druck entspricht. Daß bei Helium und Neon die Zündspannungen

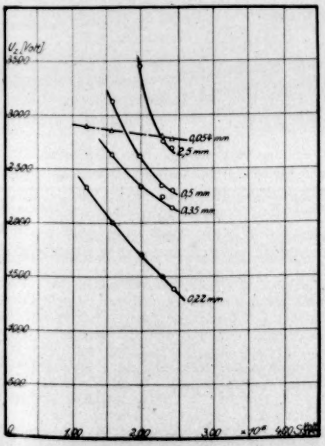



Fig. 8. Luftfüllung.
$J_{\text{mittel}} = 35$ mA. Parameter: Druck in mm.

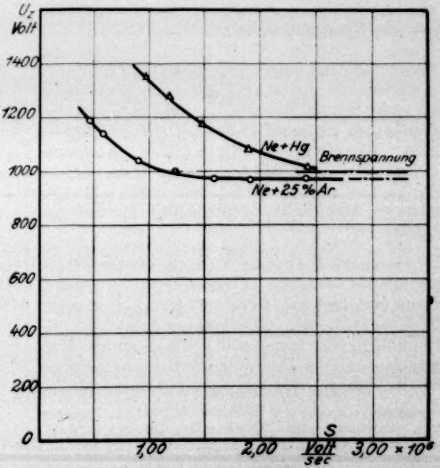



Fig. 9. Gemischfüllung.
Druck $p = 5{,}8$ mm.

mit wachsendem Druck abnehmen, bei Argon und Luft dagegen zunehmen, liegt daran, daß bei den beiden erstgenannten Gasen der Umkehrpunkt der Zündspannung im $U_Z = f(p \cdot d)$ Diagramm[1]) bei wesentlich höheren Werten von $(p \cdot d)$ liegt als bei Argon und Luft, so daß wir uns in dem untersuchten Bereich bei Helium und Neon unterhalb, bei Argon und Luft oberhalb des Umkehrpunktes befinden. Die Diagramme zeigen übereinstimmend bei größeren Zündspannungen zunehmende prozentuale Änderung der Zündspannung mit der Steilheit. Auch bei Luft ist die Abhängigkeit der Zündspannung von der Steilheit größer als bei den Edelgasen. So erhält man bei 0,22 mm Druck und einer Änderung der Steilheit um den doppelten Betrag, von $1{,}25 \cdot 10^6$ auf $2{,}5 \cdot 10^6$ Volt/sec, für Luft eine Änderung der Zündspannung von 2270 auf 1330 Volt, also um etwa 50 Proz.

Schließlich wurden noch zwei Gasgemische untersucht. Einmal befanden sich einige Tropfen Quecksilber in dem mit Neon gefüllten Entladungsrohr, ein andermal wurde Neon mit 25 Proz. Argon gemischt. Der Gasdruck war in beiden Fällen 5,8 mm. Es zeigt sich, daß in beiden Fällen die Änderung der Zündspannung mit der Steilheit sehr viel geringer ist also bei den reinen Gasen; beim Neon-Argon-Gemisch erreicht bereits bei $S = 1{,}5 \cdot 10^6$ Volt/sec die Zündspannung die Brennspannung.

### Zusammenfassung.

Sowohl bei den Edelgasen als auch bei Luft nimmt die Zündspannung mit wachsender Steilheit des Spannungsanstiegs ab und nähert sich einem konstanten Wert, der in der Nähe der Brennspannung liegt. Die Abnahme und damit die Differenz zwischen Zünd- und Brennspannung ist um so geringer, je mehr man sich bei gegebenem Entladungsrohr ($d$) mit dem Druck dem Minimum im $U_Z = f(p \cdot d)$-Diagramm nähert. Bei Gasgemischen ist die Änderung der Zündspannung mit der Steilheit des Spannungsanstiegs kleiner, bei Luft größer als bei den Edelgasen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Güntherschulze bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit zu großem Dank verpflichtet; ferner danke ich Herrn Dr. Siedler von der I.G.-Farbenindustrie für die freundliche Überlassung der Edelgase und der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die zur Ausführung der Versuche gewährten Mittel.

1) $p$ = Druck, $d$ = Elektrodenabstand. Näheres vgl. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen, 1923, S. 55.

(Eingegangen 21. Dezember 1932.)

## Die Zündspannung von Leuchtröhren (Stickstoff) bei veränderlichem Elektrodenabstand.

### I. Gerades Rohr.

Von Hans Fricke.

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.)

### Inhalt.

Die Zündspannung einer mit Stickstoff gefüllten Leuchtröhre bei Wechselstrom steigt bei konstanter Steilheit der angelegten Wechselspannung und konstanter Dauer der in jeder Periode auftretenden Stromlosigkeit proportional dem Elektrodenabstand an. Ebenso steigt die Brennspannung proportional dem Elektrodenabstand an.

Bei Leuchtröhren für Wechselspannungen haben die den Entladungskanal eng umschließenden Glaswände einen großen Einfluß auf die Höhe der Zündspannung. Die Entladung setzt erst ein, wenn die Elektronen sich selbst den Weg von der Kathode nach der Anode bereitet haben[1]). Dieses Selbststeuern tritt besonders auffällig bei gekrümmten Rohren in Erscheinung.

Allgemein hängt die Zündspannung einer Leuchtröhre von folgenden Größen ab:

1. vom Gasdruck $p$;
2. vom Elektrodenabstand $a$;
3. von der Steilheit der angelegten Wechselspannung;
4. von der Dauer der Stromlosigkeit;
5. vom Rohrdurchmesser;
6. von der Stromstärke;
7. von der Form des Rohres und der Elektroden.

Wenngleich die Leuchtröhren allgemein mit Edelgasen gefüllt sind, wurden die folgenden Versuche zunächst mit Stickstoff als Füllgas ausgeführt, da auch die Kenntnis der Entladungsverhältnisse bei Molekülgasen erwünscht ist.

Die Steilheit der angelegten Wechselspannung und die Stromlosigkeit sind wie folgt definiert (Fig. 1).

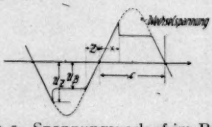



Fig. 1. Spannungsverlauf im Rohr.

1) Güntherschulze, Elektrische Gleichrichter und Ventile, S. 56.

Unter Annahme geradlinigen Spannungsanstieges ergibt sich die Steilheit der Wechselspannung bis zur Zündung[1]):

$$S = \frac{U_Z}{x} \cdot \frac{c}{10} \text{ in } \frac{\text{Volt}}{\text{Milli-sec}}.$$

Die Dauer der Stromlosigkeit, in Bruchteilen einer halben Periode ausgedrückt, ist:

$$K = \frac{x + z}{c}.$$

Untersucht wurde die Zünd- und Brennspannung in Abhängigkeit:

1. von der Steilheit $S$ der angelegten Wechselspannung;
2. von der Stromlosigkeit $k$;
3. vom Elektrodenabstand $a$;
4. vom Gasdruck $p$.

Der innere Rohrdurchmesser war $d = 20$ mm. Die Stromstärke wurde zu $J = 30$ mA konstant gehalten. Abmessungen der polierten Hohlelektroden aus Eisen: Durchmesser 12 mm, Wandstärke 1 mm, Länge 50 mm.

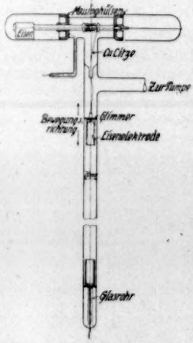


Fig. 2. Entladungsrohr.

Fig. 2 zeigt das untersuchte Leuchtrohr. Die Elektroden sind auf ihrer Rückseite mit Glimmer abgedeckt. Die obere Elektrode ist an einer drehbaren Achse mit 2 Lagern aufgehängt. Durch einen Elektromagneten konnte von außen der an der Achse befestigte Eisenflügel gedreht und damit der Elektrodenabstand verändert werden. Der Gasdruck wurde mit dem von Redenschen Kenometer gemessen.

Die Spannungskurven (Fig. 1) wurden in bekannter Weise mit einem Schleifenoszillographen aufgenommen. Aus den Oszillogrammen wurden die gewünschten Werte entnommen und mit Hilfe einer gleichzeitig aufgenommenen Gleichspannung die Zünd- und Brennspannungen berechnet.

Die Transformatorspannung wurde niederspannungsseitig durch einen Anzapftransformator geregelt. Zur Einstellung der konstanten Stromstärke im Rohr war zwischen der Hochspannungsseite des Transformators und dem Leuchtrohr ein veränderlicher Wasserwiderstand geschaltet.

Vor jeder Aufnahme war das Rohr eine gewisse Zeit eingeschaltet, um stationäre Verhältnisse im Entladungsrohr und an den Wänden zu erhalten. Da die Zündspannung sehr streute, eine Beobachtung, die bei Gasentladungen allgemein gemacht wird, wurden aus 8–16 Werten Mittelwerte gebildet.

## Versuchsergebnisse.

1. Die Zündspannungen für verschiedene Steilheiten $S$ und Stromlosigkeiten $k$ zeigt Tab. I.

Tabelle I.

$p = 1{,}81$ mm $Hg$; $J = 30$ mA

| $a$ cm | $k$ | $S$ Volt/$10^{-3}$ sec | $U_Z$ Volt | $U_B$ Volt |
|---|---|---|---|---|
| 60 | 0,474 | 1190 | 3600 | 2220 |
| | 0,360 | 1590 | 3220 | |
| | 0,302 | 1840 | 3065 | |
| | 0,252 | 2110 | 3010 | |
| 40 | 0,432 | 960 | 2700 | 1560 |
| | 0,349 | 1260 | 2560 | |
| | 0,282 | 1490 | 2355 | |
| | 0,24 | 1810 | 2220 | |
| 30 | 0,396 | 870 | 2180 | 1280 |
| | 0,309 | 1100 | 2080 | |
| | 0,247 | 1460 | 2070 | |
| 20 | 0,411 | 650 | 1725 | 920 |
| | 0,289 | 925 | 1565 | |
| | 0,226 | 1120 | 1365 | |
| | 0,198 | 1280 | 1265 | |
| 10 | 0,257 | 710 | 1160 | 620 |
| | 0,176 | 1025 | 1025 | |
| | 0,147 | 1380 | 930 | |

Fig. 3 zeigt das starke Abfallen der Zündspannung bei steigender Steilheit $S$. Die Höhe der Zündspannung ist bei sonst gleichen Verhältnissen in besonderem Maße von der Steilheit der angelegten Wechselspannung abhängig. Es ergeben sich bei Nichtbeachtung dieses Faktors Unterschiede von 50 und mehr Proz. für $U_Z$.

$U_Z$ als Funktion der Dauer der Stromlosigkeit $k$ ergibt für verschiedene Elektrodenabstände $a$ geneigte Gerade. Ihre Schnittpunkte

[1]) Die Definition der Steilheit weicht von der in der vorangehenden Arbeit von Spielhagen angegebenen insofern ab, als hier der Quotient von $U_Z$ und $x$ als Maß für die Steilheit angesehen wird, während bei der Arbeit von Spielhagen die Neigung der an die Wechselspannung beim Durchgang durch Null angelegten Tangente als Steilheit definiert wird.

Die hier definierte Steilheit vernachlässigt die Krümmung der Spannungskurve, ist also nur als mittlere anzusehen. Jedoch ist infolge der verwendeten großen Steilheiten der Unterschied gegenüber der von Spielhagen angegebenen nicht erheblich.

mit der Abszissenachse müssen die entsprechenden Brennspannungen sein. $K = 0$ ist der Grenzfall, wo $U_B$ und $U_Z$ gleich sind, d. h. wo die

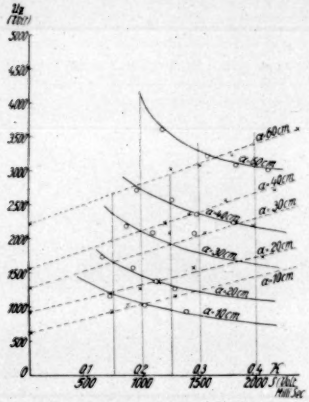



Fig. 3. $p = 1{,}81$ mm $Hg$ = const; $J = 30$ mA = const. Die Zündspannung als Funktion der Steilheit $S$ (—) und die Dauer der Stromlosigkeit $K$ (- - -).

Wechselspannung momentan von minus auf plus ansteigt (rechteckiger Spannungsverlauf).

Die Zündspannung als Funktion von $S$ und $K$ wurden noch für zwei weitere Drucke gemessen.

Aus diesen Kurven wurden die $U_Z$- und $U_B$-Werte für konstante Steilheiten und konstante Stromlosigkeiten $K$ bei veränderlichem Elektrodenabstand $a$ entnommen.

2. Tab. II und III enthalten die Zünd- und Brennspannungen für verschiedene Drucke und Elektrodenabstände bei konstanten Stromlosigkeiten und Steilheiten.

Tabelle II.

| $p$ mm $Hg$ | $a$ cm | $U_B$ Volt | $K = 0{,}15$ $U_Z$ Volt | $K = 0{,}25$ $U_Z$ Volt | $K = 0{,}40$ $U_Z$ Volt |
|---|---|---|---|---|---|
| 3,65 | 10 | 715 | 1320 | 1710 | 2300 |
| | 25 | 1450 | 2080 | 2510 | 3150 |
| | 40 | 2250 | 3000 | 3490 | 4240 |
| | 60 | 3390 | 4280 | 4880 | 5750 |
| 1,81 | 10 | 620 | 930 | 1130 | 1440 |
| | 20 | 920 | 1220 | 1420 | 1720 |
| | 30 | 1280 | 1650 | 1900 | 2280 |
| | 40 | 1560 | 1970 | 2250 | 2660 |
| | 60 | 2220 | 2650 | 2950 | 3380 |
| 0,815 | 20 | 730 | 1040 | 1240 | 1550 |
| | 40 | 1140 | 1520 | 1760 | 2130 |
| | 60 | 1540 | 1940 | 2210 | 2610 |
| | 80 | 1980 | 2460 | 2790 | 3280 |

Tabelle III.

| $p$ mm $Hg$ | $a$ cm | $U_B$ Volt | $S$ Volt/Milli sec = 2000 $U_Z$ Volt | 1500 $U_Z$ Volt | 1000 $U_Z$ Volt | 3000 $U_Z$ Volt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3,65 | 10 | 715 | 1230 | 1390 | 1620 | 1040 |
| | 25 | 1450 | 2380 | 2630 | 3190 | 2100 |
| | 40 | 2250 | 3980 | 4330 | 5030 | 3540 |
| | 60 | 3390 | 6180 | — | — | 5180 |
| 1,81 | 10 | 620 | 750 | 860 | 1040 | — |
| | 20 | 920 | 1100 | 1210 | 1450 | — |
| | 30 | 1280 | 1620 | 1790 | 2110 | — |
| | 40 | 1560 | 2170 | 2370 | 2730 | — |
| | 60 | 2220 | 3060 | 3290 | 4080 | — |
| 0,815 | 20 | 730 | 920 | 1010 | 1170 | — |
| | 40 | 1140 | 1630 | 1750 | 1080 | — |
| | 60 | 1540 | 2180 | 2360 | 2700 | — |
| | 80 | 1980 | 2870 | 3190 | 3710 | — |

a) Die Zünd- und Brennspannung als Funktion des Elektrodenabstandes $a$ für konstante Steilheiten (Fig. 4 ausgezogene Kurven).

Es ergeben sich für $U_Z$ divergente Gerade, deren Schnittpunkt gleichzeitig der Anfangspunkt der $U_B$-Kurve ist. Die Divergenz der $U_Z$-Kurve gegenüber der $U_B$-Kurve ist um so größer, je kleiner die Steilheit $S$ ist.

b) Die Zünd- und Brennspannung als Funktion des Elektrodenabstandes $a$ für konstante Dauer der Stromlosigkeiten (Fig. 4 gestrichelte Kurven).

Man erhält für $U_Z$ angenähert parallele Gerade, die wieder angenähert wie $U_B$ verlaufen. Die $U_Z$-Kurve liegt über der $U_B$-Kurve um so

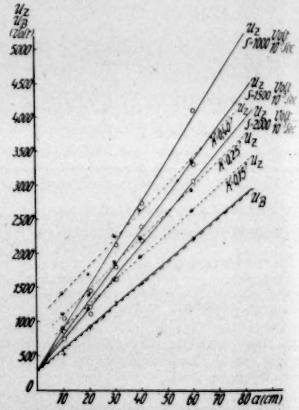



Fig. 4. $p = 1{,}81$ mm $Hg$ = const. Die Zünd- und Brennspannung als Funktion des Elektrodenabstandes $a$: für konstante Steilheit $S$ (—), für konstante Dauer der Stromlosigkeit $K$ (- - -).

höher, je länger die Dauer der Stromlosigkeit ist. — Es ist somit von großer Bedeutung, ob bei Bestimmung von $U_Z$ als Funktion des Elektrodenabstandes die $U_Z$-Werte auf konstante Steilheit $S$ oder konstante Stromlosigkeit bezogen werden.

3. Druckabhängigkeit.

Die $U_Z$- und $U_B$-Werte für verschiedene Drucke bei konstanten Steilheiten und Stromlosigkeiten sind in den Tab. IV, V und VI enthalten. Die Werte wurden aus den Kurven der Tab. II und III entnommen.

Tabelle IV.

| | $K = 0{,}15$ | | | $K = 0{,}25$ | | | $K = 0{,}40$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ mm Hg | 0,815 | 1,81 | 3,65 | 0,815 | 1,81 | 3,65 | 0,815 | 1,81 | 3,65 |
| $a$ cm | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ |
| 75 | 2330 | 3160 | 5120 | 2640 | 3540 | 5760 | 3120 | 4010 | 7200 |
| 60 | 1980 | 2640 | 4240 | 2260 | 2980 | 4840 | 2680 | 3410 | 5670 |
| 50 | 1740 | 2300 | 3650 | 2000 | 2600 | 4190 | 2400 | 3010 | 4980 |
| 40 | 1500 | 1960 | 3050 | 1740 | 2230 | 3550 | 2120 | 2620 | 4280 |
| 30 | 1270 | 1620 | 2460 | 1480 | 1860 | 2910 | 1830 | 2220 | 3590 |
| 20 | 1030 | 1270 | 1870 | 1230 | 1490 | 2270 | 1550 | 1820 | 2890 |
| 10 | 800 | 930 | 1270 | 960 | 1110 | 1620 | 1260 | 1430 | 2200 |

Tabelle V.

| | $S = 2000$ Volt/Milli sec | | | $S = 1500$ Volt/Milli sec | | | $S = 1000$ Volt/Milli sec | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ mm Hg | 0,815 | 1,81 | 3,65 | 0,815 | 1,81 | 3,65 | 0,815 | 1,81 | 3,65 |
| $a$ cm | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ | $U_Z$ |
| 75 | 2660 | 3740 | — | 2960 | 4120 | — | 3430 | 4900 | — |
| 60 | 2190 | 3050 | 5880 | 2440 | 3350 | 6440 | 2810 | 3980 | — |
| 50 | 1880 | 2590 | 4930 | 2080 | 2840 | 5440 | 2390 | 3360 | 6200 |
| 40 | 1560 | 2140 | 3980 | 1730 | 2330 | 4400 | 1980 | 2750 | 5020 |
| 30 | 1250 | 1670 | 3030 | 1370 | 1820 | 3360 | 1560 | 2130 | 3830 |
| 20 | 930 | 1200 | 2090 | 1010 | 1310 | 2310 | 1140 | 1520 | 2620 |
| 10 | 610 | 740 | 1150 | 660 | 800 | 1250 | 720 | 900 | 1420 |

Tabelle VI.

| $p$ mm Hg | 0,815 | 1,81 | 3,65 |
|---|---|---|---|
| $a$ cm | $U_B$ | $U_B$ | $U_B$ |
| 75 | 1880 | 2700 | 4120 |
| 60 | 1560 | 2220 | 3330 |
| 50 | 1350 | 1900 | 2810 |
| 40 | 1140 | 1570 | 2200 |
| 30 | 940 | 1260 | 1760 |
| 20 | 730 | 930 | 1240 |
| 10 | 510 | 600 | 710 |

a) Die Brennspannung als Funktion des Gasdruckes $p$ für verschiedene Elektrodenabstände $a$ zeigt Fig. 5.

In dem untersuchten Druckbereich haben die $U_B$-Kurven einen fallenden Charakter bei Verringerung des Gasdruckes, da wir uns auf dem fallenden Ast der $pd$-Kurve befinden. Die Umkehrpunkte liegen bei tieferen Drucken als den untersuchten, wobei für größer werdende Elektrodenabstände derselbe sich immer mehr nach links verschiebt.

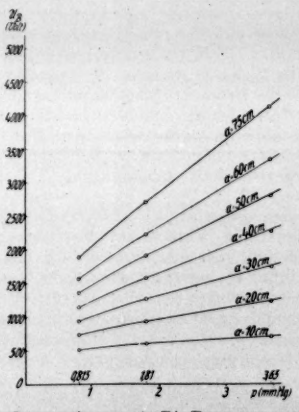



Fig. 5. $J = 30$ mA = const. Die Brennspannung als Funktion des Gasdruckes $p$ für verschiedene Elektrodenabstände $a$.

b) Die Zündspannung als Funktion des Gasdruckes $p$ für verschiedene Elektrodenabstände bei konstanter Steilheit zeigt Fig. 6.

Die $U_Z$-Kurven haben bei Druckvergrößerung stark steigende Tendenz. Für konstante Steilheit ist sie größer als für konstante Stromlosigkeit. Die $U_Z$-Kurven haben bei konstanter Steilheit und konstanter Stromlosigkeit alle gleichen Charakter.

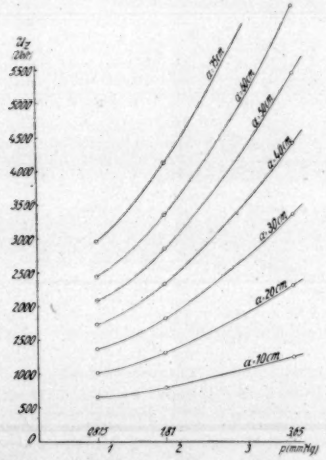



Fig. 6. $S$ = Volt/Milli sec = const; $J$ = 30 mA = const. Die Zündspannung als Funktion des Gasdruckes $p$ für verschiedene Elektrodenabstände $a$.

Trägt man die Brennspannung in Abhängigkeit von $p \cdot d$ auf, so erhält man jeweils für einen konstanten Druck $p$ eine Kurve, wobei die Steilheit der $U_B$-Kurve (Gerade) um so größer ist, je kleiner der Druck ist. Nach dem Paschenschen Gesetz darf sich nur eine Kurve ergeben, gleichgültig, ob $p$ und $d$ verändert wird. Das Gesetz setzt jedoch planparallele Elektroden voraus, wohingegen hier Hohlelektroden verwandt wurden.

Dieses abweichende Verhalten ist ein Zeichen für die starke Wirkung der Wandladung. Die Wandladung ruft eine um so größere Erhöhung von $U_Z$ und $U_B$ hervor, je kleiner der Druck ist. Die Abweichungen vom Paschenschen Gesetz dürften auf diesen Erscheinungen beruhen.

## Zusammenfassung.

1. Die Zündspannung einer mit Stickstoff gefüllten Leuchtröhre bei Wechselstrom hängt bei konstantem Druck, konstantem Elektrodenabstand und sonst konstanten Verhältnissen in hohem Maße von der Steilheit der angelegten Wechselspannung und der Dauer der Stromlosigkeit ab. Unterschiede von 50 Proz. und mehr ergeben sich bei Nichtberücksichtigung dieser beiden Variabeln.

2. Die Zündspannung in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand $a$ ergibt nur dann vergleichbare Werte, wenn dieselben auf konstante Steilheit oder konstante Dauer der Stromlosigkeit bezogen werden.

a) Bei verschiedenen Dauern der Stromlosigkeiten ergeben sich für $U_Z$ angenähert parallele Gerade, die wieder angenähert parallel $U_B$ verlaufen.

a) Bei verschiedenen Steilheiten ergeben sich divergente Gerade, deren Schnittpunkt gleichzeitig der Anfangspunkt der Geraden für $U_B$ ist.

3. Die Charakteristik der Zündspannungskurven ist verschieden, je nachdem, ob auf konstante Steilheit oder auf konstante $S$ Dauer der Stromlosigkeit bezogen wird.

4. Die Zündspannung in Abhängigkeit vom Gasdruck ergibt in dem untersuchten Druckbereich ein Abfallen derselben bei fallendem Gasdruck, wie es der fallende Ast der $p \cdot d$-Kurve erfordert.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Güntherschulze bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und das jederzeit fördernde Interesse zu großem Danke verpflichtet. Gleichzeitig danke ich der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für Gewährung der Mittel zur Durchführung der Versuche.

(Eingegangen 21. Dezember 1932.)

## Ein neues selbstregistrierendes Spektrometer.

Von Carl Leiß.

Diese Mitteilung behandelt eine neue verbesserte und dabei merklich vereinfachte Registriereinrichtung für Spektrometer bzw. Monochromatoren, bei der der Antriebsmotor, die Transmissionsvorrichtung und das Registrierwerk ein zusammenhängendes Ganzes bilden und das Registrierwerk mit jedem beliebigen festarmigen Spektralapparat mit konstanter Ablenkung gekuppelt werden kann.

Die Einrichtung setzt sich zusammen aus:

a) dem Spektrometer oder dem Monochromator[1]),

b) dem Registrierlaufwerk.

Spektrometer oder Monochromator: Durch einen ausziehbaren und klemmbaren

1) Siehe z. B. Carl Leiß, Zeitschr. f. Phys. **39**, 465–468, 1926; **72**, 822–828, 1931.

dreikantigen Stab $v$ (Fig. 1) wird das Spektrometer bzw. dessen Dispersionstrommel mit dem Registrierlaufwerk gekuppelt. Jedes der beiden Enden des Verbindungsstabes $v$ trägt ein kardanisches Gelenk $v_1$ und $v_2$. Bei der Verbindung des

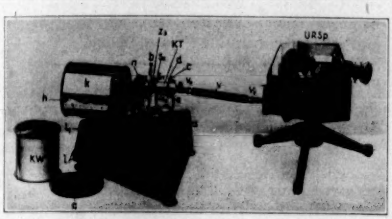



Fig. 1. Selbstregistrierendes Spektrometer.

Spektrometers mit der Registriereinrichtung ist zu beachten, daß die beiden durch $v$ zu verbindenden Wellen oder Achsen in einer Linie stehen. Das mit Gewinde versehene Ende $v_1$ wird in den Drehknopf der Dispersionstrommel des Spektrometers geschraubt, das andere Ende $v_2$ wird zunächst lose auf die Achse der Kontakttrommel $KT$ des Registrierwerks aufgesteckt.

Registrierlaufwerk (Fig. 1 und 2): Der vollständig ruhig und ohne die allergeringste Erschütterung laufende Elektromotor mit geringer Tourenzahl ist im Innern der hohlen

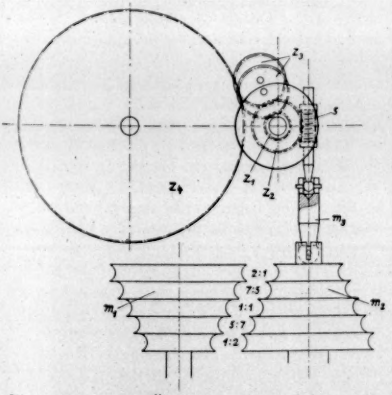



Fig. 2. Schema des Übertragungsmechanismus vom Motor zum Registrierlaufwerk.

Grundplatte $a$ untergebracht. Aus dieser ragt die Achse des Motors hervor, welche die Schnurlaufscheibe $m_1$ trägt. Diese steht mit einer genau gleichartigen Schnurlaufscheibe $m_2$ in Verbindung. Diese zwei Schnurlaufscheiben mit je fünf Stufen haben die Übersetzungsverhältnisse von 1 : 2, 5 : 7, 1 : 1, 7 : 5 und 2 : 1. Die Schnurlaufscheibe $m_2$ vermittelt die Übertragung auf das Registrierwerk durch das Kugelgelenk $m_3$ (zum Auflegen einer neuen Antriebsschnur ist $m_3$ nach Lösen einer Schraube abnehmbar); es verbindet den Motor mit der „Schraube ohne Ende" (Schnecke) $s$, die den Antrieb für das eigentliche Registrierwerk bildet. Diese kann durch den kleinen Hebel $s_1$ ein- und ausgeschaltet werden. Eingeschaltet greift $s$ in ein Schneckenrad $s_2$ ein, welches mit den zwei Zahnrädern $z_1$ und $z_2$ und der Kontakttrommel $KT$ in fester Verbindung steht. Diese zwei Zahnräder haben die Zähnezahlen 36 und 72. Durch das Zwischenrad $z_3$, welches sich durch Federung an der gerauhten Kugel $b$ anheben und verschieben läßt, kann eines dieser zwei Zahnräder $z_1$ und $z_2$ in Eingriff mit dem großen Zahnrad $z_4$, das in fester Verbindung mit der Registrierwalze $RW$ steht, gebracht werden. $z_4$ hat 360 Zähne, so daß sich das Verhältnis bei den Eingriffen der Zahnräder $z_1$ und $z_2$ auf 1 : 10 bzw. auf 1 : 5 stellt, d. h. bei 1 : 5 ist die Fortbewegung des auf der Registrierwalze liegenden Bromsilberpapiers im Verhältnis zur Drehung der Kontakttrommel $KT$ doppelt so groß wie bei 1 : 10.

Durch Auflegen der Gummischnur auf eine der fünf Stufenpaare von $m_1$ und $m_2$ kann die Geschwindigkeit für alle in Frage kommenden Fälle eingestellt werden. Die erreichbaren Umlaufsgeschwindigkeiten sind aus der folgenden Zahlentafel zu ersehen.

Zahlentafel für die Umlaufszeiten der verschiedenen Teile des Laufwerkes.

| Schnurlaufübersetzung | Umlaufsdauer des Schneckenrades $s_2$ | Umlaufsdauer der Kontakttrommel $KT$ | Umlaufsdauer der Registrierwalze $RW$ bei Übersetzung 1 : 10 | Umlaufsdauer der Registrierwalze $RW$ bei Übersetzung 1 : 5 |
|---|---|---|---|---|
| 2 : 1 | 0,385 Sek. | 27 Sek. | 5 Min. | 2 Min. 30 Sek. |
| 7 : 5 | 0,55 „ | 40 „ | 7 „ | 3 „ 30 „ |
| 1 : 1 | 0,77 „ | 55 „ | 10 „ | 5 „ |
| 5 : 7 | 1,08 „ | 78 „ | 14 „ | 7 „ |
| 1 : 2 | 1,54 „ | 105 „ | 18 „ | 9 „ |

Gebrauch des Apparates: Die übrige Einrichtung des Registrierwerkes wird am besten in Verbindung mit der Erläuterung der Handhabung des Apparates besprochen. Die Kontakttrommel $KT$ trägt entweder eine dem betreffenden Spektrometer gleichartige Wellenlängenteilung oder eine gleichmäßig fortschreitende Teilung. In beiden Fällen ist diese Teilung nicht in Form von Teilstrichen aufgetragen, sondern als kleine schraubenförmig angeordnete

Einfräsungen (Kerben). Sind diese Kerben übereinstimmend mit einer Wellenlängenteilung (für Quarz- oder Steinsalzprisma) angebracht, dann sind diejenigen Kerben, die mit den durch Zahlen gekennzeichneten Strichen der Spektrometertrommel korrespondieren, größer wie die übrigen und geben auf dem Registrierpapier — wie wir noch weiter unten sehen werden — längere Stromunterbrechungen wie die übrigen Kerben. Ist hingegen das Spektrometer mit Prismen aus verschiedenem Stoff ausgerüstet, dann hat die Kontakttrommel $KT$ eine gleichmäßig fortschreitende Teilung. Jede Umdrehung der Kontakttrommel entspricht dann 1° und jede Umdrehung besitzt 12 Intervalle (oder Kerben) für die Stromunterbrechung. Ein Intervall entspricht also 5′. Jedes sechste Intervall — also von 30′ zu 30′ — ist ähnlich wie im vorigen Fall größer und gibt wie zuvor längere Stromunterbrechungen.

Ist die eingangs erwähnte Verbindungsstange $v$ an der Trommel des Spektrometers befestigt und lose auf die Kontakttrommel $KT$ aufgesteckt (ohne sie festzuklemmen), so wird der Kontakthebel $c$ durch einen kleinen gezackten oder gezahnten Hebel $d$ ausgerückt, so daß eine rücklaufende Bewegung der Kontakttrommel $KT$ möglich ist. Ebenso muß auch die „Schraube ohne Ende" $s$ aus dem Schneckenrad $s_2$ ausgerückt werden. Ferner wird die Kontaktmutter $e$, die sich in der Spiralnut von $KT$ bewegt, an das vordere Ende von $KT$ gebracht; es geschieht dies entweder durch Drehung mit der Hand direkt an $KT$ oder durch Drehung in gleicher Richtung an dem großen Zahnrad $z_1$ der Registrierwalze $RW$. Nun muß man darauf achten, daß, wenn das Spektrometer eine Wellenlängentrommel besitzt und die Registrierung z. B. bei 0,500 $\mu$ beginnen soll, dann die betreffende Kerbe von $KT$ mit dem Strich 500 der Spektrometertrommel übereinstimmend eingestellt wird. Darauf zieht man mit der Klemmschraube $v_1$ fest, und die Verbindung zwischen Spektrometer und Registrierwerk ist hergestellt. Es wird nunmehr das Zwischenrad $z_3$, welches die Verbindung zwischen $KT$ und dem Zahnrad $z_4$ (Registrierwalze $RW$) herstellt, in den gewünschten Eingriff ($z_1$ oder $z_2$) gebracht.

Das Bromsilberpapier von 42,5 cm Länge und 13 cm Breite (es kann auch schmäler sein) wird auf die aus dem Lichtschutzgehäuse $f$ herausgenommene Registrierwalze $RW$ aufgelegt. Zu diesem Zweck wird die Spannleiste entfernt, das Papier unter die geriefte Leiste geschoben, straffgezogen um die Walze gelegt und alsdann die Spannleiste mit dem einen Ende eingesteckt, worauf man das andere Ende einschnappen läßt.

Die Registrierwalze wird mit dem aufgelegten Papier im Dunkelraum in beliebiger Stellung in das Lichtschutzgehäuse $f$ eingeschoben und gedreht, bis ein Orientierungsstift hörbar einschnappt. Das Lichtschutzgehäuse kann durch einen Deckel $g$ geschlossen werden. Um das Bromsilberpapier vor fremdem Licht zu schützen, muß auch der hochklappbare Deckel $k$ vor der Zylinderlinse $h$ geschlossen sein.

Die Wellenlängenmarken werden an dem einen Rand des Bromsilberpapiers durch ein in der Röhre $i$ sitzendes Glühlämpchen von zwei bis vier Volt und durch ein Linsensystem derart erzeugt, daß auf dem Bromsilberpapier eine schwarze Linie entsteht. Bei den mit Zahlen auf der Wellenlängentrommel des Spektrometers versehenen Teilstrichen (oder alle 5′) wird der Strom des Glühlämpchens einen Augenblick unterbrochen, und es entsteht in der schwarzen Linie an der betreffenden Stelle immer ein weißer Punkt, der die ihm zugehörige Wellenlänge kennzeichnet.

Hinter dem hochklappbaren Lichtschutzdeckel $k$ befindet sich eine 12 cm lange Zylinderlinse $h$, durch welche die Wellenlängenkurve scharf auf dem Bromsilber abgebildet wird. Der Deckel $k$ trägt eine 12 cm lange Millimeterteilung; eine zweite Millimeterteilung, die mit der ersteren korrespondiert, befindet sich unterhalb des Deckels $k$ unmittelbar unter der Zylinderlinse auf einer weißen Fläche. Durch diese beiden Teilungen ist man immer über den Ort des Lichtsignals auf der Zylinderlinse orientiert.

$l$ ist die Leitung zum Antriebsmotor[1]), der an die vorhandene Lichtleitung angeschlossen werden kann. $l_1$ ist die Zuleitung der zwei bis vier Voltbatterie zur Speisung des Glühlämpchens in der Röhre $i$. Die Batterie ist in dem Hohlraum von $a$ untergebracht; ein kleiner Druckschalter mit einem weißen und roten Knöpfchen $i_1$ und $i_2$, die aus der Kastenwand von $a$ hervorragen, dient zum Ein- und Ausschalten des Lämpchens.

Durch Drücken auf den schwarzen Schaltknopf $n$ beginnt das Werk zu laufen und läuft so lange, bis sich die Registrierwalze einmal herumgedreht hat, um sich dann automatisch auszuschalten, so daß die ganze Einrichtung stehenbleibt. Eine doppelte Belichtung des Bromsilberpapiers wird so unmöglich gemacht. Und sollte durch einen Irrtum die Einstellung der Zahnräder falsch sein, so schaltet sich die Einrichtung beim Gegenlauf gegen die Kontaktmutter ebenfalls selbsttätig aus, so daß eine Beschädigung oder ein Zerbrechen mechanischer Teile ausgeschlossen ist.

1) Für Wechselstrom von 110 oder 220 Volt.

In Fig. 3 ist schematisch die Gesamtanordnung der Registriereinrichtung dargestellt. Es ist: $N$ die Lichtquelle (z. B. Nernststift) zur Beleuchtung des Eintrittsspaltes $Sp_1$ des Spektrometers, $URSp$ das Spektrometer ($H_1$ erster Hohlspiegel, $P$ Prisma, $W$ Wadsworthspiegel,

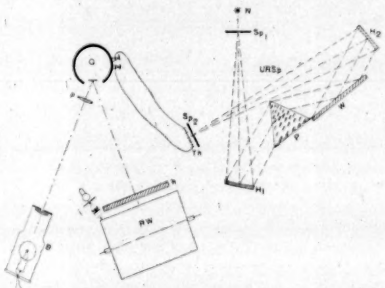


Fig. 3. Schema der Gesamtanordnung für die Registriereinrichtung.

$H_2$ abbildender Hohlspiegel, $Sp_2$ Austrittsspalt, an dessen Stelle sich auch die Thermosäule $Th$ direkt befinden kann), $G$ das Spiegelgalvanometer, $B$ die Beleuchtungseinrichtung, bestehend aus Einfadenlampe, Beleuchtungslinse und Spalt, $p$ eine Linse von langer Brennweite, die ein Bild des Spaltes (Lichtsignal) von $B$ auf der fokussierbaren Zylinderlinse $h$ entwirft, $RW$ die Registrierwalze mit Bromsilberpapier, $i$ das Glühlämpchen mit Lochblende und Linsensystem zur Erzeugung der Wellenlängenmarken auf dem Bromsilberpapier.

Die Fig. 4 zeigt eine Registrierkurve, die mit einer gleichartigen Registriereinrichtung im Berliner Institut für Strahlenforschung von Frau Dr. Kellner aufgenommen und mir freundlichst zur Verfügung gestellt wurde.

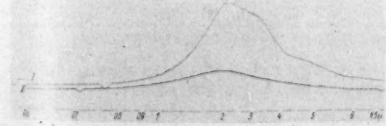


Fig. 4. Registrierkurve von 0,6 bis 6,5 $\mu$. I. Spektrum des Nernststiftes (200 Volt, 1,2 Amp.), II. Spektrum von 0,07 mm pigmentierter Meerschweinchenhaut, 26 Stunden alt.

Sollen die Untersuchungen im Vakuum[1]) erfolgen, so muß das Gehäuse, in welchem das Spektrometer untergebracht wird, evakuierbar sein. Vor dem Eintrittsspalt befindet sich dann ein Fenster aus Fluorit, und der gesamte übrige Lichtweg verläuft im Vakuum. Das Thermoelement ist ebenfalls im evakuierbaren Gehäuse entweder dicht hinter dem Austrittsspalt oder an Stelle des Austrittsspalts angebracht. Es kann aber auch, wie das in gewissen Fällen geschieht, der Austrittsspalt, durch eine Linse oder durch einen Spiegel verkleinert, auf dem Thermoelement abgebildet werden.

(Eingegangen 22. Dezember 1932.)

1) Siehe H. M. Randall u. J. Strong, Rev. Scient. Instr. **2**, 585–599, 1931; ferner Zeitschr. f. Instr.-Kunde **52**, 509–511, 1932.

## Wellenstatistische Behandlung der α-Streuung.

Von K. K. Mukherjee.

### A. Theoretische Betrachtungen.

Beim Studium der α-Streuung stößt man oft auf ernstliche Schwierigkeiten im Hinblick auf das Kraftgesetz des Kernes. Wentzel[1]), der als erster eine quantenmechanische Formel ableitete, nahm ein Gesetz $\frac{1}{r^2}$ an. Aber die Experimente von Bieler[2]), Chadwick[3]) u. a. an leichten Elementen weisen auf eine Abweichung von diesem Gesetze hin. Debye und Hardmeier[4]) waren die ersten, die darauf hinwiesen, daß diese Abweichungen durch eine zusätzliche Polarisationskraft proportional $\frac{1}{r^5}$ erklärt werden kann. Letzthin hat A. C. Banerjea[5]) das Problem mit Hilfe der Wellenmechanik behandelt, wobei er ein Korrektionsglied $\frac{1}{r^3}$ mit in Betracht zog. Aber er gibt selber zu, daß für höhere Potenzen seine Methode keine Resultate mehr geben kann. Diese Schwierigkeit wurde in der vorliegenden Arbeit dadurch vermieden, daß die untere Integrationsgrenze von Null verschieden gewählt wurde, was wohl gerechtfertigt ist durch die Tatsache, daß das α-Teilchen nie genau bis zum Mittelpunkt des Kernes gelangen kann. Ganz kürzlich hat Taylor[6]) eine Theorie der Streuung

1) Wentzel, Zeitschr. f. Phys. **40**, 590, 1927.
2) Bieler, Physik. Zeitschr. **32**, 485, 1931.
3) Chadwick, Proc. Roy. Soc. **134**, 154, 1931.
4) Debye und Hardmeier, Physik. Zeitschr. **27**, 196, 1926; s. a. Rutherford, Radiation from Radioactive substances.
5) Banerjea, Phil. Mag.; Februar 1930.
6) Taylor, Proc. Roy. Soc. **136**, 605, 1931; s. a. Riezler, Proc. Roy. Soc. **134**, 154, 1932 und Massey, Proc. Roy. Soc. **137**, 447, 1932.

in Wasserstoff und Helium gegeben; aber wie er selber zugibt, ist sie nicht allgemein anwendbar.

Obwohl die Konvergenz unseres Integrals die Allgemeingültigkeit unserer Methode sicherstellt, wollen wir nur einige wenige spezielle Fälle betrachten, insbesondere den Fall mit einem Korrektionsglied $\frac{1}{r^5}$. Bei der Behandlung werden wir uns der Wellenstatistik bedienen[1]).

Nehmen wir (mit Wentzel) an, daß ein α-Teilchen oder besser ein Strom von α-Teilchen in Richtung der $x$-Achse fliege, und daß sich das streuende neutrale Atom mit einem $Z$-fach geladenen Kerne im Koordinatennullpunkt befinde. Denken wir uns weiter alle äußeren Elektronen in der $K$-Schale vereinigt, so wird die Kraft, im allgemeinen Falle — Korrektionsglied proportional $\frac{1}{r^n}$ $(n = 3, 4, 5 \cdots)$ — gegeben durch

$$I = \frac{2e^2Z}{r^2}\left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n-2}\right\} \qquad (1)$$

und das entsprechende Potential:

$$V = 2e^2Z\left\{\frac{1}{r} - \frac{r_0^{n-2}}{(n-1)r^{n-1}}\right\} e^{-2r\frac{Z}{a}}. \qquad (2)$$

($e$ Ladung des Elektrons, $a$ Radius der ersten Bohrschen Bahn.)

1. Coulomb Feld $\frac{1}{r^2}$: Wie bereits erwähnt, wurde dieser Fall von Wentzel behandelt. Um aber das Verständnis des Folgenden zu erleichtern, wollen wir seine Methode hier nochmals kurz wiederholen, wobei wir aber für die untere Integrationsgrenze $r_0$ an Stelle von 0 setzen.

Die $\psi_1$-Gleichung für das α-Teilchen unter dem Einfluß des Kernes lautet $\left(\text{bei } \nu = \frac{2E}{h}^{2}\right)$:

$$\Delta\psi_1 + \frac{8\pi^2M}{h^2}(E + V)\psi_1 = 0, \qquad (3)$$

wo $M$ und $E$ Masse resp. Energie des α-Teilchens bedeuten, und $V$ durch Gleichung (2) für $r_0 = 0$ gegeben wird. In Gleichung (3) kann $V$ als Störungsglied angesehen werden, und man kann $\psi_1$ schreiben als $\psi_1 = \psi_0 + \psi_1'$, wo $\psi_0$ der ankommenden ebenen Welle der α-Teilchen und $\psi_1'$ der Streuung zuzuschreiben ist. Man sieht leicht, daß diese Größen der folgenden Gleichungen genügen:

$$\Delta\psi_0 + k^2\psi_0 = 0, \qquad (4)$$

$$\Delta\psi_1' + k^2\psi_1' = -\frac{k^2V}{E}\psi_0, \qquad (5)$$

wo

$$k^2 = \frac{8\pi^2ME}{h^2}.$$

Die Lösungen von (4) und (5) sind nach Wentzel[3]) (mit $r_0$ als untere Integrationsgrenze):

$$\psi_0 = e^{ikx},$$

$$\psi_1' = \frac{k^2e^2Z}{2\pi E}\cdot\frac{e^{ikr}}{r}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_{r_0}^{\infty}\frac{1}{\varrho}e^{-(c-id\cos\Phi)\varrho}\varrho^2\sin\Phi d\varrho d\Phi d\varphi. \qquad (6)$$

Wenn man beachtet, daß

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad Z < 100;$$

ferner

$$c\left(=\frac{2Z}{a}\right), \quad d\left(=2k\sin\frac{\Theta}{2}\right) \quad \text{und} \quad r_0$$

(wie wir gleich sehen werden) von den resp. Größenordnungen $10^{10}$, $10^{13}$ und $10^{-14}$ sind, so erhalten wir in erster Annäherung

$$|\psi_1'| = \left(\frac{e^2Z}{2Er}\right)\left|\frac{\cos r_0d}{\sin^2\Theta/2}\right|. \qquad (7)$$

Da die $\psi_2$-Gleichung im $q$-Raum identisch ist mit der $\psi_1$-Gleichung, so haben wir:

$$|\psi_2'| = \frac{e^2Z}{2Er}\left|\frac{\cos r_0d}{\sin^2\Theta/2}\right|. \qquad (8)$$

Die Wahrscheinlichkeit $D_0$ für die Streuung wird daher:

$$D_0 = C\psi_1'\psi_2' = C\left(\frac{e^2Z}{2Er}\right)^2\left|\frac{\cos r_0d}{\sin^2\Theta/2}\right|^2, \qquad (9)$$

wobei $C$ eine Konstante ist. Es ist klar, daß für $r_0 = 0$ Gleichung (9) in die bekannte Gleichung von Wentzel übergeht.

2. Polarisationskraft $\frac{1}{r^5}$: In diesem Falle ($n = 5$, s. Gleichung (1)) wird

$$V = 2e^2Z\left(\frac{1}{r} - \frac{\beta^3}{r^4}\right)e^{-2r\frac{Z}{a}}; \quad \beta^3 = \frac{r_0^3}{4}.$$

1) Kar und Mukherjee, Zeitschr. f. Phys. **59**, 102, 1929; **60**, 243, 1930; Kar, Zeitschr. f. Phys. **61**, 675, 1930; **64**, 75, 1930; Mukherjee, Physik. Zeitschr. **32**, 485, 1931.

2) Wie wir in unserer früheren Arbeit zeigten, können die Resultate dieser Untersuchung auch erhalten werden mit $\nu = \frac{E}{h}$ und $\lambda =$ Knotenabstand. Da aber die Rechnung nach dieser Methode mühsamer ist, haben wir die andere vorgezogen.

3) l. c.; s. a. Sommerfeld, Wellenmechanik.

An Stelle von (6) erhalten wir nun

$$\psi_1' = \frac{k^2 e^2 Z}{2\pi E} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{r_0}^{\infty} \left( \frac{1}{\varrho} - \frac{\beta^3}{\varrho^4} \right) e^{-(c - id\cos\Phi)\varrho} \varrho^2 \sin\Phi \, d\varrho \, d\Phi \, d\varphi . \tag{10}$$

Wir haben also ($\alpha = d\cos\Phi$):

$$|\psi_1'| = \frac{k^2 e^2 Z}{2\pi E} \cdot \int_0^{\pi} \sin\Phi \, d\Phi \left[ \int_{r_0}^{\infty} e^{-(c - id\cos\Phi)\varrho} \varrho \, d\varrho = \int_{r_0}^{\infty} \frac{\beta^3}{\varrho^2} e^{-c\varrho} (\cos\alpha\varrho + i \sin\alpha\varrho) d\varrho \right] . \tag{11}$$

Man sieht leicht, daß der erste Teil des Integrals

$$= \frac{2\cos r_0 d}{c^2 + d^2} , \tag{12}$$

und wenn man den imaginären Teil wegläßt, so wird das 2. Integral in den Klammern:

$$-\beta^3 \int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-c\varrho} \cos\alpha\varrho}{\varrho^2} d\varrho$$

und kann auf die folgende Weise ausgewertet werden: Wir wissen[1]), daß, wenn $\alpha$ groß ist:

$$\int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-c\varrho} \sin\alpha\varrho}{\varrho} d\varrho = 0 . \tag{13}$$

Integrieren wir diesen Ausdruck nach $\alpha$ zwischen $\infty$ und 0, so haben wir:

$$\int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-c\varrho} \cos\alpha\varrho}{\varrho^2} d\varrho = \frac{e^{-cr_0}}{r_0} + c\left( C + \log|cr_0| + cr_0 - \frac{1}{2}\frac{c^2 r_0^2}{2} \right),$$

wobei $C$ die Eulersche Konstante ist. Wir haben also:

$$-\beta^3 \int_0^{\pi} \sin\Phi \, d\Phi \int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-c\varrho} \cos\alpha\varrho}{\varrho^2} d\varrho = -\frac{2\beta^3}{r_0} , \tag{14}$$

wenn wir nur Glieder der Größenordnung $\frac{1}{r_0}$ berücksichtigen. Mit Hilfe von (12) und (14) und den Werten für $k$, $C$ und $d$ erhalten wir aus (11):

$$|\psi_1'| = \left( \frac{e^2 Z}{2Er} \right) \left| \frac{16\pi^2 \cos r_0 d}{\frac{4Z^2\lambda^2}{a^2} + 16\pi^2 \sin^2\frac{\Theta}{2}} - \frac{16\pi^2\beta^3}{r_0\lambda^2} \right| = \left( \frac{e^2 Z}{2Er} \right) \left| \frac{\cos r_0 d}{\sin^2\frac{\Theta}{2}} - \frac{4\pi^2 r_0^2}{\lambda^2} \right| , \tag{15}$$

da $\frac{4Z^2\lambda^2}{a^2}$ gegenüber $16\pi^2 \sin^2\frac{\Theta}{2}$ zu vernachlässigen ist. Da ferner, wie bereits erwähnt, $|\psi_2'|$ den gleichen Wert hat wie $|\psi_1'|$, so wird die Streuwahrscheinlichkeit $D$:

$$D = C\psi_1'\psi_2' = C\left( \frac{e^2 Z}{2Er} \right)^2 \left| \frac{\cos r_0 d}{\sin^2\Theta/2} - \frac{4\pi^2 r_0^2}{\lambda^2} \right| . \tag{16}$$

Setzen wir für $d$ den Wert ein, so erhalten wir aus (9) und (16):

$$\frac{D}{D_0} = \left| 1 - \frac{4\pi^2 r_0^2}{\lambda^2} \frac{\sin^2\frac{\Theta}{2}}{\cos\left( \frac{4\pi r_0}{\lambda} \sin\frac{\Theta}{2} \right)} \right|^2 . \tag{17}$$

3. Polarisationskraft $\frac{1}{r^3}$: Wir verfahren gleich wie im Falle 2, nur mit $n = 3$ und erhalten:

$$|\psi_1'| \quad \text{oder} \quad |\psi_2'| = \left( \frac{e^2 Z}{2Er} \right) \left| \frac{\cos r_0 d}{\sin^2\Theta/2} - \frac{\pi^2 r_0}{\lambda \sin\Theta/2} + \frac{8\pi^2 r_0^2}{\lambda^2} \right| \tag{18}$$

1) Edwards, Integral calculus, Vol. II.

und

$$\frac{D}{D_0} = \left| 1 - \frac{\frac{\pi^2 r_0}{\lambda} \sin\frac{\Theta}{2}\left(1 - \frac{8 r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2}\right)}{\cos\frac{4\pi r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2}} \right|^2 . \quad (19)$$

Nehmen wir in (19) als untere Integrationsgrenze 0, so geht (19) in die Formel von Banerjea über:

$$\frac{D}{D_0} = \left| 1 - \frac{\pi^2 r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2} \right|^2 .$$

4. Polarisationskraft $\frac{1}{r^4}$: Setzen wir $n = 4$, so erhalten wir in erster Näherung:

$$|\psi_1'| \quad \text{oder} \quad |\psi_2'| = \left(\frac{e^2 Z}{2E}\right)\left|\frac{\cos r_0 d}{\sin^2\Theta/2} + \frac{16\pi^2 r_0^2}{3\lambda^2}\log\left(\frac{4\pi r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2}\right) + \frac{16\pi^2 r_0^2}{3\lambda^2}(C-1)\right| ,$$

wo $C$ die Eulersche Konstante. Es wird dann:

$$\frac{D}{D_0} = \left| 1 + \frac{16\pi^2 r_0^2 \sin^2\Theta/2}{3\lambda^2\cos\left(\frac{4\pi r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2}\right)}\left\{C - 1 + \log\left(\frac{4\pi r_0}{\lambda}\sin\frac{\Theta}{2}\right)\right\} \right|^2 .$$

## B. Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen.

Im folgenden werden wir die Streuung nach Gleichung (17) berechnen, die unter der Annahme eines Termes mit der reziproken fünften Potenz als Korrektionsglied abgeleitet wurde. Die so berechneten Werte, die experimentellen Werte von Bieler und ferner die theoretischen Werte von Banerjea sind in der Tabelle Ia—d aufgezeichnet. Gemäß (17) lassen sich die Werte darstellen als:

$$\frac{D}{D_0} = \left| 1 - \frac{A\sin^2\Theta/2}{\cos(B\sin\Theta/2)} \right|^2 , \quad (20)$$

wobei $B = \frac{4\pi r_0}{\lambda}$. Aus den bekannten Daten für $\lambda\left(\lambda = \frac{h}{M\cdot v}; M = 6{,}56\cdot 10^{-24}\,\text{gr}; h = 6{,}55\cdot 10^{-27}; v = \text{Geschwindigkeit der } \alpha\text{-Teilchen}\right)$ läßt sich dann ein Wert für $r_0$ errechnen.

1. Streuung von α-Teilchen von *RaC* der mittleren Reichweite 6,6 cm an *Al*-Kernen (Tabelle Ia):

$A = 0{,}29$; $B = 1{,}08$; $v = 2{,}02\cdot 10^9$ cm/sec;
$\lambda = 4{,}94\cdot 10^{-13}$ cm
$r_0 = 4{,}23\cdot 10^{-14}$ cm.

2. α-Teilchen von *Po*, mittlere Reichweite 3,4 cm, *Al*-Kern (Tabelle Ib):

$A = 0{,}06$; $B = 0{,}5$; $v = 1{,}61\cdot 10^9$ cm/sec;
$r_0 = 2\cdot 10^{-14}$ cm.

3. α-Teilchen von *RaC*, mittlere Reichweite 6,2 cm, *Mg*-Kern (Tabelle Ic):

$A = 0{,}28$; $B = 1{,}06$; $v = 1{,}97\cdot 10^9$ cm/sec;
$r_0 = 4{,}3\cdot 10^{-14}$ cm.

4. α-Teilchen von *Po*, mittlere Reichweite 3 cm, *Mg*-Kern (Tabelle Id):

$A = 0{,}226$; $B = 0{,}95$; $v = 1{,}54\cdot 10^9$ cm/sec;
$r_0 = 5\cdot 10^{-14}$ cm.

Tabelle Ia—d.

| Θ | a | | | b | | c | | | d | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Autor theor. | Bieler exp. | Banerjea theor. | Autor theor. | Bieler exp. | Autor theor. | Bieler exp. | Banerjea theor. | Autor theor. | Bieler exp. | Banerjea theor. |
| 20° | 0,98 | 1,00 ± 0,03 | 0,92 | | | 0,98 | 1,02 ± 0,03 | 0,90 | | | |
| 30° | 0,96 | 0,94 ± 0,02 | 0,87 | | | 0,96 | | 0,86 | | | |
| 40° | 0,93 | 0,94 ± 0,02 | 0,84 | | | 0,93 | | 0,83 | | | |
| 44° | 0,92 | 0,94 ± 0,02 | 0,83 | 0,99 | 1,00 ± 0,03 | 0,92 | 0,90 ± 0,03 | 0,81 | 0,94 | 1,05 ± 0,06 | 0,87 |
| 50° | 0,89 | 0,78 ± 0,02 | 0,80 | 0,98 | 1,00 ± 0,03 | 0,895 | 0,90 ± 0,03 | 0,79 | 0,92 | 1,05 ± 0,06 | 0,85 |
| 60° | 0,84 | | 0,77 | 0,97 | | 0,84 | | 0,76 | 0,88 | | 0,83 |
| 70° | 0,78 | 0,71 ± 0,02 | 0,74 | 0,964 | 0,93 ± 0,03 | 0,79 | 0,69 ± 0,02 | 0,73 | 0,84 | 0,79 ± 0,08 | 0,81 |
| 80° | 0,71 | 0,71 ± 0,02 | 0,705 | 0,96 | 0,93 ± 0,03 | 0,72 | 0,69 ± 0,02 | 0,71 | 0,79 | 0,79 ± 0,08 | 0,79 |
| 90° | 0,64 | 0,71 ± 0,02 | 0,68 | 0,94 | 0,93 ± 0,03 | 0,66 | 0,69 ± 0,02 | 0,67 | 0,76 | 0,79 ± 0,08 | 0,76 |

In einer neueren Arbeit hat Chadwick[1]) die α-Streuung für große Winkel untersucht und einige sehr interessante Resultate gefunden. Wir wollen nun zusehen, wieweit unsere theoretische Formel mit den Werten Chadwicks in Übereinstimmung ist. Die theoretischen und experimentellen Werte für die verschiedenen Fälle sind

1) Chadwick, Proc. Roy. Soc. **134**, 154, 1931.

in der Tabelle IIa—c zusammengestellt. Die entsprechenden Kurven sind in der Figur zu sehen:

1. α-Teilchen von der Reichweite 6,8 cm, *C*-Kern (Tabelle IIa):

$$A = 0{,}555; \quad B = 1{,}49; \quad v = 2{,}03 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}; \quad r_0 = 5{,}8 \cdot 10^{-14} \text{ cm}.$$

2. α-Teilchen von 6,8 cm Reichweite, *B*-Kern (Tabelle IIb):

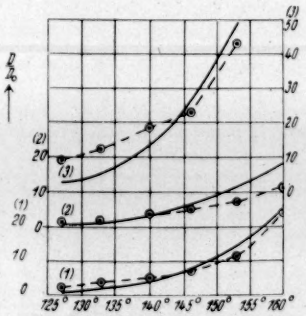
$$A = 0{,}56; \quad B = 1{,}5; \quad v = 2{,}03 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}; \quad r_0 = 5{,}9 \cdot 10^{-14} \text{ cm}.$$

3. α-Teilchen von 6,8 cm Reichweite, *Be*-Kern (Tabelle IIc):

$$A = 0{,}6; \quad B = 1{,}55; \quad v = 2{,}03 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}; \quad r_0 = 6{,}08 \cdot 10^{-14} \text{ cm}.$$

Tabelle IIa—c.

| Θ | a | | b | | c | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Autor theor. | Bieler exp. | Autor theor. | Bieler exp. | Autor theor. | Bieler exp. |
| 127° | 0,9 | 1,1 | 1,1 | 2,45 | 3,3 | 9,7 |
| 133° | 1,82 | 1,83 | 2,25 | 4,2 | 5,76 | 12,5 |
| 140° | 3,53 | 3,62 | 4,41 | 5,6 | 14,5 | 18,5 |
| 146° | 6,1 | 5,4 | 8,3 | 7,8 | 25 | 23,5 |
| 153° | 11,02 | 7,8 | 14,4 | 11,2 | 49 | 43 |
| 160° | 18,5 | 11,5 | 25,0 | 24,8 | | |




## C. Schlußfolgerung und Diskussion.

Wir haben die Werte von $\frac{D}{D_0}$ berechnet unter der Annahme einer Polarisationskraft proportional $\frac{1}{r^5}$, weil sie den einfachsten Ausdruck für $\frac{D}{D_0}$ liefert und auch durch physikalische Betrachtungen nahegelegt wird. Es ist interessant, zu bemerken, daß der Wert von $r_0$ für die verschiedenen betrachteten Fälle von der gleichen Größenordnung ist und daß eine kleine Änderung von $r_0$ eine große Änderung in der Streuung herbeiführt. Dies ist auch zu erwarten, wenn man die sehr kleine Größe des Kernes im Rutherfordschen Modell und den großen Bereich, innerhalb dessen die Streuung nach Chadwick variieren kann, betrachtet. Es ist bemerkenswert, daß gemäß Tabelle IIa—c unsere theoretischen Werte in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten für diesen ganzen, großen Bereich zu sein scheinen. Banerjeas Formel versagt hier, da sie den großen Bereich der Chadwickschen Formel nicht umfassen kann. Außerdem zeigen die Tabellen Ia, b und d, daß für relativ kleine Winkel Banerjeas Werte mit den experimentellen nicht immer in guter Übereinstimmung sind, während dies für unsere Werte in besserem Maße zutrifft.

Es darf vielleicht nochmals erinnert werden, daß in allen wellenmechanischen Behandlungen des Problems die untere Grenze von $r$ mit 0 angenommen worden ist. Dies paßt wohl gut zu den Grundideen der Wellenmechanik. Die Wellenstatistik dagegen nimmt hier einen anderen Standpunkt ein. Hier ist das α-Teilchen im wesentlichen eine Korpuskel, deren Wellencharakter seine statistischen Eigenschaften bestimmt. Daher muß die Grenze, bis zu der das α-Teilchen eindringt, auch die Grenze für das Vordringen der mit dem Teilchen verbundenen Wellen sein.

Es möge auch noch erwähnt werden, daß die untere Grenze unseres Integrals $r_0$, welche die kleinste mögliche Entfernung des α-Teilchens vom Kern darstellt, nicht genau eine Konstante ist, wie wir angenommen haben, sondern noch vom Streuwinkel $\Theta$ und vielleicht auch von der Atomnummer und der Reichweite abhängt. Dies scheint gestützt zu werden durch eine ähnliche Bemerkung von Rutherford und Chadwick[1]) in einer ihrer letzten Arbeiten. Wenn wir diese Tatsachen noch mit in Betracht ziehen, so kann man erwarten, daß unsere berechneten Werte noch besser mit den experimentellen übereinstimmen werden. Bei späterer Gelegenheit hoffen wir, das Problem auch von dieser Seite her behandeln zu können. Wir können schon heute mitteilen, daß die Rechnungen, die in dieser Richtung bereits unternommen worden sind, recht befriedigend ausgefallen sind.

Zum Schluß möchte ich noch Herrn Dr. K. C. Kar für seine wertvolle Hilfe in der Abfassung dieser Arbeit danken. Ebenso habe ich Herrn Mohini Mohan Ghose, M. S. C. für die Anfertigung der Kurve zu danken.

1) Rutherford und Chadwick, Phil. Mag. September 1927.

Calcutta, Physical Research Laboratory Presidency College, Januar 1932.

(Eingegangen 24. Oktober 1932.)

## Über die Adhäsionskräfte, die beim Erstarren sich offenbaren.

Von A. Sellerio.

1. Wenn Wasser an eine Metalloberfläche anfriert, so kann man oft beobachten, wie auffallend stark das gebildete Eis an der Oberfläche haftet, eine Erscheinung, welche die molekulare Anziehung zwischen Wasser und Metall zutage legt. Es wurde hier experimentell versucht, nähere Auskunft über die Größe dieser Adhäsionskräfte zu erhalten; nebenbei wurden einige Versuche auch mit Schwefel durchgeführt.

Als Maß für die Adhäsion wurde die Kraft angenommen, die nötig ist, um das Eis von einem daranhaftenden Metallstück loszutrennen, und zwar bezogen auf 1 cm² der Berührungsoberfläche $S$; sie wird als Entreißspannung $P$ (kg/cm²) bezeichnet. Voraussetzung ist dabei, daß die innere Festigkeit des Eises genügend stark ist. Man denke sich ganz nahe der Berührungsfläche $S$ eine etwa parallele Fläche $S'$ im Inneren des Eises. Wenn in einer schwachen Stelle längs $S'$ ein Bruch erfolgt, kann das Metallstück schon frei werden, bevor die der Adhäsionskraft entsprechende Entreißspannung erreicht wird. Dies läßt eine große Streuung in den $P$-Wert erwarten, wie es tatsächlich der Fall war.

Auch die anderen störenden Ursachen rufen hier meistens eine systematische Verminderung von $P$ hervor, so daß bei gleichartigen Versuchen nicht nur der Mittelwert der Resultate, wie gewöhnlich, sondern auch der Maximalwert zu beachten ist.

Die Entreißspannung $P$ kann, prinzipiell, durch zwei verschiedene Beanspruchungsarten hervorgerufen werden. Entweder wird eine Kraft angewendet, die parallel der Trennungsfläche Metall-Eis, oder eine, die senkrecht zur Trennungsfläche wirkt. Im letzteren Fall ist vom experimentellen Wert wegen des atmosphärischen Druckes, der Betrag von ca. 1 kg/cm² abzuziehen.

Es wurden hauptsächlich drei verschiedene Methoden benützt.

1. Herausziehen von Streifen, ausnahmsweise von Drähten, aus dem Eis (tangentiale Kraft $K$). Man erhält

$$P = \frac{K}{S},$$

wobei $S$ die eingetauchte Fläche (gleich dem doppelten Rechteckinhalt).

2. Losdrehen von zylindrischen Stäbchen, vom Radius $r$ und Eintauchtiefe $l$, durch ein Kräftepaar. Jedem Stab war rechtwinkelig ein kurzer Arm von der Länge $a$ angesetzt. Das Ende des Hebelarms $a$ wurde nach dem Gefrieren durch einen Draht in der Richtung senkrecht zur Ebene gezogen, bis das Stäbchen unter einer Kraft $K$ sich losdrehte. Man hat

$$P = \frac{Ka}{r}\frac{1}{S} = \frac{Ka}{2\pi r^2 l}.$$

Auch hier handelt es sich um tangentiale Beanspruchung.

3. Entfernen von Platten aus dem Eisblock mittels einer senkrechten Kraft, also

$$P = \frac{K}{S} - 1.$$

Die Kraft $K$ wurde bei allen Versuchen dynamometrisch gemessen. Auf Reinheit der Metalloberflächen wurde Sorgfalt gelegt. Der Reihe nach wurde ausgeführt: Schmiergeln, Waschen mit Alkohol, Waschen mit destilliertem Wasser. Manchmal wurde auch Natronlauge benützt. Nicht gereinigte, d. h. etwas oxydierte Messingstäbchen ergaben ungefähr 12 Proz. niedrigere Werte für $P$. Die Kälte wurde bei Methode 1 durch Kältemischung erzeugt, das Verfahren war aber ziemlich umständlich und zeitraubend. Bei Methoden 2 und 3 konnte man, im Gegenteil, eine kleine Kältemaschine benützen, und es wurden jedesmal gleichzeitig mehrere Messungen mit je einem Metallstück vorgenommen.

2. Ergebnis mit Eis. Methode 1 wurde mit Messingstreifen von 1,5 bzw. 0,85, 0,65 cm Breite und 2,5–3,5 cm Eintauchtiefe angewendet. Temperatur etwa −12° C. Es ergab sich:

| | | | |
|---|---|---|---|
| bei $S$ | 8,3 | 5,5 | 3,4 cm² |
| $P$ | 4 | 5,5 | 6,9 kg/cm². |

Das Ansteigen von $P$ bei Verkleinern der Oberfläche $S$ ist offenbar auf die Ungleichförmigkeiten – sei es an der Grenzfläche, sei es innerhalb des Eises – zurückzuführen, die viel leichter in einer größeren Ausdehnung als in einer kleineren zu treffen sind und eine frühzeitige Befreiung des Metallstreifens hervorrufen. Um ein getreueres Bild der Adhäsion zu erhalten, empfiehlt es sich daher, den Limes von $P$ für $S = 0$ zu berücksichtigen. Durch Extrapolation erhält man bei $S = 0$, $P = 12$ kg/cm². Diese Betrachtung wird bestätigt durch Versuche mit Messingdrähten, die folgende viel höhere Werte ergaben:

| Durchmesser | $S$ | $P$ |
|---|---|---|
| 0,9 mm | 0,87 cm² | 10,6 kg cm² |
| 0,4 „ | 0,39 „ | 12,6 „ |

Methode 2 wurde mit Stäbchen von 2–3 mm Durchmesser und 2–3 cm Eintauchtiefe benützt. Temperatur etwa −7° C. Um, angesichts der Schwankungen der Meßergebnisse, bei Anwendung von verschiedenen Metallen trotzdem einigermaßen vergleichbare Werte zu erhalten, wurden jedesmal im Gefrierkasten 4 Stäbchen aus dem betreffenden Metall und gleichzeitig 4 aus

Messing eingesetzt: letztere bildeten jeweilig eine Art Standard. Die Resultate sind in der Tabelle angeführt.

| | Anzahl der Messungen | Mittelwert $P$ kg/cm² | $P_{max}$ | Verhältnis der Mittelwerte |
|---|---|---|---|---|
| Kupfer .... | 7 | 17,6 | 23,9 | 1,25 |
| Messing.... | 6 | 14,1 | 16,5 | 1 |
| Zink ..... | 12 | 25,0 | 34,5 | 1,33 |
| Messing.... | 11 | 18,8 | 29,8 | 1 |
| Aluminium | 8 | 24,1 | 27,7 | 1,38 |
| Messing.... | 8 | 17,4 | 22,0 | 1 |
| Eisen ..... | 8 | 29,6 | 37,6 | 1,49 |
| Messing.... | 8 | 19,9 | 28,4 | 1 |

Nach der letzten Spalte hat man die Reihenfolge:

| Messing | Kupfer | Zink | Aluminium | Eisen |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,25 | 1,33 | 1,38 | 1,49 |

Besonders groß ist die molekulare Anziehung zwischen Eisen und Wasser ($P_{max} = 37{,}6$ kg/cm²), die ihr Spiegelbild in der großen chemischen Angreifbarkeit des Eisens durch Wasser, bzw. feuchte Luft, hat.

Die für Messing erhaltenen Werte sind bei Methode 2 (Temperatur $-7°$ C) größer als bei Methode 1 (Temperatur $-12°$ C); der Grund liegt sehr wahrscheinlich in der Sprödigkeit des Eises, die bekanntlich unterhalb $-10°$ C besonders hervortritt.

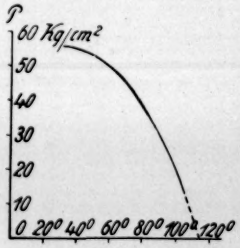
Methode 3 erwies sich als die beste, falls man dafür Sorge trägt, daß das Metallstück während der Eisbildung festgehalten wird und daß es die als Blasen aus dem Wasser frei werdende Luft in ihrer Bewegung nicht hindert. Die Anordnung wurde wie folgt getroffen. In der vorderen vertikalen Wand eines Zinkkastens wurden Löcher herausgeschnitten, in welche etwas kleinere Metallscheiben aus Messing, ähnlich wie Münzen, eingesetzt und durch Paraffin eingekittet wurden. Jede Scheibe war mit einem Haken versehen, der zum Ziehen diente. Nach dem Herausziehen waren die Scheiben manchmal ganz blank und trocken, manchmal konnte man daran haftende Eissplitter wahrnehmen. Bei einer Temperatur von etwa $-7°$ C erhielt man:

| Scheibendurchmesser | Mittelwert $P$ | $P_{max}$ |
|---|---|---|
| 2,2 cm | 7,9 | 11,5 kg/cm² |
| 0,7 „ | 18 | 26 „ |

Auch hier wiederholt es sich, was bei Streifen von verschiedenen Flächen $S$ beobachtet wurde. Als beste Werte sind diejenigen mit den kleineren Scheiben zu betrachten. Diese ergeben, sowohl für den Mittelwert als auch für den maximalen, Zahlenwerte die denjenigen der Messungen mit Stäbchen sehr nahe kommen. Das macht den Schluß zulässig, daß es gleichgültig ist, als Maß für die Adhäsion sowohl die tangentiale als auch die normale Entreißspannung anzunehmen.

Zu erwähnen sind auch einige Versuche, in welchen geerdete Scheiben unter sonst gleichen Umständen im Mittel viel größere $P$-Werte als elektrisch gut isolierte ergaben, was ein Zeichen dafür ist, daß das Erstarren einer Flüssigkeit von elektrischen Wirkungen begleitet ist.

3. Die Versuche mit Schwefel wurden hauptsächlich unternommen, um ein Bild zu erhalten, ob und inwieweit die Temperatur die Entreißkraft $P$ und somit die Adhäsion beeinflußt; eine Frage, die experimentell mit Schwefel viel leichter als mit Eis zu beantworten ist. Es wurde Methode 2 angewendet, mit Stäbchen aus Aluminium, um chemische Wirkungen zu vermeiden; Durchmesser 2 mm, Eintauchtiefe etwa 5 mm. Der Schwefel wurde in einem Flüssigkeitsbad geschmolzen und dann langsam gekühlt bzw. wieder erwärmt. Die Messungen wurden wiederholt und die erhaltenen Mittelwerte sind graphisch als Ordinaten zu den betreffenden Temperaturen aufgetragen.




Man sieht, daß $P$ beim Schmelzpunkt 114° Null wird, mit der Entfernung von dieser Temperatur zunächst rasch und dann langsam steigt, um einem Grenzwert, etwa 55 kg/cm², zuzustreben. Dieser hohe Wert erklärt den längst bekannten Gebrauch des Schwefels als Befestigungsmittel. Es sei übrigens hinzugefügt, daß man nach längerem Abwarten (etwa 24 Stunden nach dem Schmelzen) manchmal ganz andere Werte für $P$ erhielt, was einem Altern des festen Zustandes und den so entstehenden inneren Spannungen und Verzerrungen zugeschrieben werden muß.

Palermo, Istituto di Fisica tecnica R. Scuola d'Ingegneria.

(Eingegangen 14. September 1932.)

## Notiz zur empfindlichen Flamme nach Tyndall.

Von Josef Zahradníček.

Als Detektor der Schallwellen wird oft die empfindliche Flamme nach Tyndall benutzt und zwar mit einem Überdruck von etwa 20 cm Wassersäule[1]). Bei normalem Gasdruck von etwa 6 cm Wassersäule kann man diese empfindliche Flamme folgendermaßen erhalten: Das Brennerrohr wird mit auswechselbaren kegelstumpfförmigen Düsen vom Öffnungsdurchmesser 2,50, 2,25, 2,00, 1,75. 1,50 mm versehen und die Gaszufuhr wird nicht am Gashahn, sondern mittels eines Quetschhahns, der mit einer Schraube versehen ist, auf diejenige Phase fein eingestellt, in der die turbulente Gasströmung in die laminare übergegangen ist; in dieser Phase ist die Flamme gegen hohe Töne besonders empfindlich.

In der folgenden Tabelle ist bei verschiedenen Düsendurchmessern der an einem eingeschalteten Wassermanometer gemessene, durch den erwähnten Quetschhahn reduzierte Gasdruck und die obere Empfindlichkeitsgrenze der Flamme in $\lambda/4$ cm wiedergegeben. Als Schalloszillator wurde eine Galtonpfeife benutzt.

| Düsendurchmesser mm | Gasdruck cm | Obere Empfindlichkeitsgrenze $\lambda/4$ cm |
|---|---|---|
| 2,50 | 1,9 | 1,3 |
| 2,25 | 2,9 | 0,46 |
| 2,00 | 3,8 | 0,25 |
| 1,75 | 4,8 | 0,26 |
| 1,50 | 5,7 | 0,10 |

Nach dieser Tabelle läßt sich zu gegebenem Druck in der Gasleitung der passende Durchmesser des empfindlichen Flammenbrenners angeben. Wenn man den Kautschuckschlauch weiter zuquetscht, vermindert sich die Empfindlichkeit der Flamme und die obere Empfindlichkeitsgrenze verschiebt sich zu niederen Frequenzen.

Die Ausflußgeschwindigkeit der Gase in der empfindlichen Flamme ist z. B. beim Druck von 4,8 cm Wassersäule und 1,75 mm Düsendurchmesser von der Ordnung von $4 \cdot 10^3$ cm/sec; die Amplitude der Geschwindigkeit im starken Schallfelde ist von der Ordnung von 10 cm/sec. Diese und noch kleinere Geschwindigkeitsänderungen genügen aber zur Bildung der turbulenten Strömung aus der laminaren, wenn die Flamme gut eingestellt ist.

Die beschriebenen Flammen sind besonders empfindliche Detektoren und Verstärker für hohe akustische und ultraakustische Schwingungen, die z. B. mittels enger und kurzer Pfeifchen mit mikrometrisch verschiebbaren Stempeln erzeugt werden können. Brown benutzte in seiner Arbeit einen elektrischen Schalloszillator bis zu Frequenzen von 18,000 Hertz. In der empfindlichen Flamme vom Düsendurchmesser von $2r \gtrsim 2{,}00$ mm haben wir einen empfindlichen Detektor für ultraakustische Schwingungen; es lassen sich mittels solcher Flammen auch Differenztöne von zwei ultraakustischen Schwingungen leicht nachweisen. Man quetscht zu diesem Zwecke den Kautschuckschlauch so weit zu, bis die Flamme auf keine einzelne der beiden ultraakustischen Schwingungen reagiert, wohl aber auf ihren Differenzton.

### Zusammenfassung.

Es wird der Gasbrenner für die empfindliche Flamme nach Tyndall mit normalem Gasdruck beschrieben; der Düsendurchmesser beträgt 2,5—1,5 mm, die Gasregelung geschieht am Kautschuckschlauch mittels eines Quetschhahns mit Schraube.

Brünn, Physikalisches Institut der Masaryk-Universität, im Dezember 1932.

(Eingegangen 27. Dezember 1932.)

1) Vgl. z. B. Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. 11. Aufl. I. 3, S. 310. Braunschweig 1929; G. B. Brown, Phil. Mag. **13**, 161, 1932.

# BESPRECHUNGEN.

**E. Alberti, Braunsche Kathodenstrahlröhren und ihre Anwendung.** 214 S. Mit 158 Textabbildungen. J. Springer 1932. Geh. RM 21.—, geb. RM 22.20.

Gestützt auf ein außerordentlich reichhaltiges und vollständiges Literaturmaterial gibt der Verfasser eine monographische Darstellung alles dessen, was über die Braunsche Röhre (und den Kathodenstrahloszillographen) seit Brauns grundlegenden Arbeiten (1897) gearbeitet und geschrieben worden ist. Im Vordergrund des Interesses stehen allerdings die vielen meßtechnischen und konstruktiven Einzelheiten, die erschöpfend zu behandeln viel mehr das Ziel des Verfassers war, als eine lehrbuchartige Darstellung des Themas zu geben. Womit jedoch der Wert dieses Buches nicht herabgemindert werden soll; denn es wird nicht nur dem z. B. an patentrechtlichen Fragen interessierten Spezialisten, sondern jedem experimentell arbeitenden Physiker und Techniker von Nutzen sein.

Nach einer einleitenden geschichtlichen Darstellung werden die physikalischen Grundlagen — Erzeugung und Eigenschaften der Kathodenstrahlen — so eingehend behandelt, wie dies zum Verständnis alles Folgenden notwendig ist. Der

Hauptteil des Buches ist gegliedert in die Kapitel: Aufbau der Braunschen Röhre, Aufnahmeverfahren, Allgemeine Schaltanordnungen zur Auslösung der verschiedenen Vorrichtungen, Anwendungsgebiete. Eine wohlüberlegte Unterteilung ermöglicht es, in der verwirrenden Fülle des Gebotenen sich verhältnismäßig leicht zurechtzufinden, und ein ausführliches Literaturverzeichnis (von fast 300 Nummern!) gibt Gelegenheit, sich an Hand der Originalarbeiten noch weiter in Einzelheiten zu vertiefen. Nicht unerwähnt mögen zum Schluß die vielen, durchwegs klaren und übersichtlichen Figuren bleiben. R. Seeliger.

**A. Barneck, Die Grundlagen unserer Zeitrechnung.** Math.-phys. Bibl. Bd. 29. Kl.-8°. 49 S. Mit 9 Figuren. 2. Auflage. Leipzig u. Berlin 1932. B. G. Teubner. Kart. RM 1.08.

Das Büchlein setzt in recht klarer und anschaulicher Weise auseinander, wie man, von der Sternzeit ausgehend, zu einer physikalisch einwandfreien und zugleich für das bürgerliche Leben brauchbaren Zeitrechnung — der mittleren Sonnenzeit (Zonenzeit) — gelangt. Zwanglos fügt sich in diesen Rahmen die Konstruktion der Sonnenuhr ein sowie die Erörterung der Frage, bis zu welchem Grade eine solche Sonnenuhr mitteleuropäische Zeit angeben kann. Von den Figuren sind besonders die sauberen axonometrischen Darstellungen der Himmelskugel anzuerkennen.

Zu wünschen wäre eine klarere Auseinandersetzung darüber, daß man sich die Gestirne von der Erde aus auf eine genügend weit entfernt gedachte „Himmelskugel" projiziert zu denken hat (S. 23). Ferner würde die Maßbeziehung zwischen Sternzeit- und Sonnenzeitsekunde viel verständlicher durch den Hinweis, daß sie gewonnen wird durch die genaue Messung des tropischen Jahres in Sternzeit.

Das Werkchen kann jedem Studierenden der Physik oder Astronomie empfohlen werden. E. Nies.

**P. Bräuer, Ionentheorie.** IV u. 59 S. Mit 9 Fig. Kl.-8°. 2. Aufl. Leipzig u. Berlin. B. G. Teubner. (Math.-physik. Bibliothek, Bd. 38.) Kart. RM 1.08.

Eine kurzgefaßte Übersicht der Vorgeschichte und des wichtigsten Inhaltes der Theorie von Arrhenius, die durch gut gewählte Beispiele belebt ist. L. Ebert.

**R. Orthner, Der Michelson-Versuch, seine Deutung und seine Konsequenzen.** Gemeinverständlich dargestellt. Gr.-8°. IV u. 80 S. Mit 18 Fig. Linz a. D. 1931. Franz Winkler.

Verf. findet, daß der Sensualismus, dem er huldigt, nicht konsequent genug sei, indem er Raum und Zeit nicht auch unter die Phänomene rechnet. Er tut dies daher und sagt, daß ebenso wie der kritische Realist hinter den Sinneswahrnehmungen eine anders geartete „wirkliche" physikalische Welt annimmt, man auch hinter Raum und Zeit etwas anderes annehmen müsse, von dem diese bloße Zeichen sind. Er bespricht dann in populär-klarer Weise die Messungen, welche zur Rel. Th. geführt haben, behauptet, daß der Michelson-Versuch einen Widerspruch mit der Raum-Zeit-Vorstellung enthalte, und versucht ihn durch die Annahme zu erklären, daß Entfernungen keine realen Phänomene, sondern die subjektive Seite unbekannter Vorgänge hinter unserer Wahrnehmung seien (47). Er kommt so zu einem neuen Additionstheorem der Geschwindigkeiten (52), indem er von der Intensität zweier sich voneinander entfernender Lichtquellen ausgeht (51). Es gelingt dann, die Messungen darzustellen. Abgesehen von der erkenntnistheoretisch höchst angreifbaren Hereinziehung von Raum und Zeit könnte eine überlegenswerte Anregung vorliegen. H. Dingler.

**M. Lecat, L'Azéotropisme.** La Tension de Vapeur des Melanges de Liquides. Bibliographie. Gr.-8°. VIII u. 135 S. Brüssel 1932. M. Lamertin.

Dieser Vorläufer eines umfassenden Tabellenwerkes über die Dampfspannungen flüssiger Mischungen enthält die gesamte Weltliteratur über die hierhergehörigen Fragen. Die Anordnung ist dreifach: alphabetisch nach den Autoren, chronologisch und schließlich alphabetisch nach den Zeitschriften, so daß das Auffinden bestimmter Arbeiten denkbar erleichtert ist. L. Ebert.

**J. v. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.** Mit 4 Abbildungen. Berlin 1932. J. Springer. Geb. RM 19.60.

Durch die Transformationstheorie hat die Quantenmechanik einen gewissen Abschluß erfahren; in ihr wurde ein formaler Apparat geschaffen, der in allgemeiner Weise Auskunft gibt über die möglichen Beobachtungen an einem System, wenn dessen Eigenschaften durch vorangegangene Messungen irgendwie bekannt sind. In der eleganten Form, die Dirac ihr gegeben hat, treten allerdings uneigentliche Funktionen vom Charakter der bekannten $\delta$-Funktion auf, und wenn auch der Physiker sich an ihren Gebrauch längst gewöhnt hat und durch sie kaum zu Fehlschlüssen geführt wird, so ist es doch begrüßenswert, daß das vorliegende Buch zeigt, wie sie sich durch eine mathematisch strengere Formulierung ersetzen lassen.

Das natürliche Operationsfeld der Transformationstheorie ist der Hilbertsche Raum, dessen Eigenschaften im II. Kapitel ausführlich besprochen und hergeleitet werden. Die Anwendung auf die quantenmechanische Statistik ist in Kap. III gegeben. In Kap. IV werden die Grundannahmen der Quantenmechanik formuliert und die Theorie aus ihnen hergeleitet; insbesondere wird gezeigt, daß die öfters vorgeschlagene Deutung der quantenmechanischen Statistik durch vorläufig noch unbekannte verborgene Parameter ihren Grundlagen widerspricht. Kap. V enthält vor allem die mit der Thermodynamik und Kinetik zusammenhängenden Fragestellungen, Kap. VI Näheres über den Meßprozeß.

Vielleicht hätte eine etwas geringere Anzahl von Anmerkungen und Einschiebungen im Text die Lektüre des Buches nicht unerheblich erleichtert. Im übrigen sind die meisten Resultate in einer solchen Allgemeinheit und Strenge formuliert, daß eine gewisse Schwierigkeit seines Verständnisses selbstverständlich ist und wohl in Kauf genommen werden kann. F. Bloch.

**A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien.** 5. Aufl. Bd. I. Braunschweig 1931. F. Vieweg & Sohn. Geh. RM 29.—, geb. RM 31.60.

Es dürfte wohl überflüssig sein, an dieser Stelle alle die bekannten Vorzüge des Sommerfeldschen Buches aufzuzählen, die es schon längst zu einem Standardwerk für jeden Physiker gemacht haben. Seit dem Erscheinen der letzten Auflage im Jahre 1924 hat nun die Quantentheorie eine so außerordentliche Entwicklung durchgemacht und in allen Fragen, die nicht direkt mit der Relativität und den Kernproblemen zusammenhängen, recht eigentlich ihren Abschluß erfahren, daß eine Neuauflage gewiß von allen Seiten sehr begrüßt werden wird.

Wenn auch der Aufbau im ganzen unverändert geblieben ist, so hat doch die neuere Entwicklung der Theorie in manchen Punkten eine entscheidende Klärung gebracht, die ihre Aufnahme in das Buch vollauf rechtfertigt; die betreffenden Stellen im Text muten nicht etwa als Fremdkörper an, sondern schließen die Theorie erst recht zu einer organischen Einheit. Als Beispiel sei hier die in Kap. 3 § 4 behandelte Rolle des Paulischen Ausschließungsprinzips bei der Theorie des natürlichen Systems der Elemente erwähnt, ferner die Berücksichtigung des Elektronenspins in Kap. 8 bei der Erklärung der Komplexstruktur der Serienterme. — Trotzdem hat durch einige Kürzungen an andern Stellen, z. B. in Kap. 4 über die Röntgenspektren, der Umfang des Buches nicht zu-, sondern abgenommen, ohne daß dadurch das Gefühl klaffender Lücken entstanden wäre.

Als der historische Boden, auf dem auch heute noch die Quantentheorie steht, hat die klassische Theorie und die an sie anschließende Methode der Quantelung mittels der Phasenintegrale die ihr gebührende Rolle beibehalten; den exakteren wellenmechanischen Methoden ist der Ergänzungsband gewidmet. F. Bloch.

**B. L. van der Waerden, Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik.** Berlin, Julius Springer. VIII u. 157 S., 16 × 24 cm. Preis brosch. RM 9.—, geb. RM 9.90.

Eine „Quantenmechanische Einleitung" bringt auf 22 Seiten einen ausgezeichneten Abriß der Theorie der Materiewellengleichung. Es folgt das mathematische Kapitel „Gruppen und ihre Darstellungen" (35 Seiten). Die restlichen zwei Drittel des Buches (rund 100 Seiten) enthalten die Anwendungen der Gruppentheorie auf die Quantenmechanik: Kap. III. Drehungsgruppe und Lorentzgruppe; IV. Das Spinning Elektron (es wird mit Hilfe der Diracschen Gleichung behandelt); V. Die Permutationsgruppe und das Pauliverbot; VI. Molekülspektren. — „In der Beschränkung zeigt sich erst der Meister." Daß es möglich war, diesen ganzen physikalischen Fragenkreis lückenlos auf so engem Raum abzuhandeln, grenzt ans Wunderbare. Die Aufklärung des Wunders findet man im Vorwort: „Ich habe mich bemüht, immer mit den einfachsten Hilfsmitteln auszukommen und in den mathematischen Entwicklungen nicht über das physikalisch Bedeutsame hinauszugehen." Da können wir Physiker nur sagen: Vergelt's Gott tausendmal!

Schlichter, einfacher, mit weniger Anforderungen an das Auswendiglernen einer Privatterminologie kann man diese Dinge nicht abmachen! An mathematischer Klarheit und Prägnanz geht dabei nichts verloren, im Gegenteil. Die Wirkung steigert sich zuweilen ins Dramatische. So, wenn durch geschickten Aufbau der Beweis des Schurschen Lemmas schließlich weniger Worte erfordert, als zum bloßen Aussprechen des Sachverhaltes nötig sind. — Van der Waerden wird durch dieses prachtvolle Buch allen, die die Sache angeht, ein Lehrer und unzertrennlicher Helfer sein.

E. Schrödinger.

## Berichtigung

zu D. Gábor: „Die Ausbildung der Maxwellverteilung im Langmuirschen Plasma." Physik. Zeitschr. **33**, 1. 38–45, 1933.

In Gleichung (3) ist zu setzen $M$ statt $\mu$. In Gleichung (4) soll stehen $=$ statt $+$, und $\varepsilon m$ statt $m\varepsilon$. Gleichung (5) lautet richtig: $\Delta E_x = \frac{m}{2}[2v_0 \Delta v + \Delta v^2]$. In Gleichung (6) ist zu setzen $(\Delta v)^2$ statt $\Delta_c^2$. Auf S. 41, Zeile 5 soll es richtig heißen: „daß $g_r$ für sehr kleine $v$ mit $v$ ansteigen ... muß". In Gleichung (16) ist statt $\left(\mathfrak{v} \cdot \frac{dg}{dt}\right)$ zu setzen $\left(\mathfrak{v} \frac{dg}{dt}\right)$ und statt $\frac{d}{dt}\Sigma(\mathfrak{v}_i \mathfrak{g}_i)$ beidesmal $\Sigma(\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{g}}_i)$. In Gleichung (18) lautet der mittlere Ausdruck $\not\subset \mathfrak{g}_i \Sigma \mathfrak{g}_i^*$ statt $\mathfrak{g}_i \Sigma \mathfrak{g}_i^*$.

Außer diesen Schreib- und Druckfehlern ist ein Rechenfehler richtigzustellen, der die numerischen Faktoren der aus Gleichung (33) folgenden Formeln beeinflußt. Aus Gleichungen (32) folgt nicht $T_{--} = 2\,T_{-}$, sondern $T_{--} = T_{-}$. Infolgedessen unterscheiden sich die Ladungswolken um die Elektronen herum im Langmuirschen Plasma. (Wohl aber unterscheiden sich die Ladungswolken um die positiven Ionen). Anstelle von (35) tritt also die gewöhnliche Boltzmannsche Formel und für $\varkappa$ in (38) ist der unveränderte Debyesche Ausdruck zu setzen, mit 8 statt 6 unter dem Wurzelzeichen. In (42) und (47) muß man setzen $\varepsilon/2$ statt $\varepsilon\,3$, in (48) und (55) 2 statt 4/3, in (54) $1{,}5 \cdot 2{,}97 = 4{,}45$ statt 2,97 und in (55) jetzt $12{,}8 \cdot 1{,}5$. $\sqrt{4\,3} = 22{,}1$ statt 12,8. In (56) muß stehen $0{,}32 \cdot 1{,}31 = 0{,}42$ statt 0,32. Auch die Gegenfeldstärken in den Zahlenbeispielen sind mit 1,31 zu multiplizieren. Der Anschluß an die Versuchsergebnisse wird damit etwas besser.

Für die Schlußfolgerungen ist diese Korrektur irrelevant, da sie geringer ist als die Willkür in der Definition der Relaxationszeit. Gábor.

## Personalien.

**(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)**

**Ernannt:** Der Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr.-Ing. Gerhard Haenzel zum ord. Professor für Geometrie an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der a. o. Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Wilhelm Klemm zum ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Danzig.

**Gestorben:** Der frühere ord. Professor für Chemie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Hofrat Dr. Simon Zeisel, der Privatdozent für Physik an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Martin Rusch, der Dozent für Chemie an der Polytechnischen Lehranstalt in Kopenhagen Dr. H. Björn Andersen.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.